



KTH Teknik och hälsa

Några övningsuppgifter om transmissionsavbildning

m. colarieti-tosti

14 februari 2024 ♡

Tips: Rita alltid en figur om du kan! Om nödvändig information saknas gör en adekvat uppskattning.

General instructions:

Some questions provide numerical data and a numerical answer is expected. Some questions might require that you define all the necessary, relevant quantities and produce a symbolic answer. To give a simple example:

Question: Estimate the oscillation period of a pendulum.

Answer: Considering a pendulum constituted by a massless line of length l and a point-like mass m at the end of the line, in the earth gravitational field and in absence of friction, considering only angles for which $\sin \theta \approx \theta$, the period, T is:

$$T \approx \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Note that, in this case, the period is independent of mass (as long as it is not zero) and the oscillation angle. For a more realistic pendulum and a larger range of angles ... (here you can discuss the different relevant scenarios and how the period would compare to the ideal one). Note that you can see the question above as a different version of a question of the sort: What influences the period of a pendulum and how? Questions of this latter kind are also present in this test and require a description (sometimes in the form of graphs or sketches or equations), and, in most cases, a discussion of the presented facts.

Seminar, Joniserande strålning: Transmission

Upplägg med ungefärlig tidsplan:

- 10:15-10:25** Välj 1-2 uppgifter från varje avsnitt $\Rightarrow$ tillsammans väljer vi ett *packet* på 4-5 uppgifter att lösa under passet.
- 10:25-10:55** Skissa en lösning på de valda uppgifterna. Lösningen behöver inte vara fullständig, om det handlar om en numerisk/symbolisk svar bara tänk genom alla steg och skriv ned dem, om det handlar om en text skriv bara i punktform. I mån av tid börja på en fullständig lösning.
- 11:00-11:25** Lös uppgifter i grupp. Sikta på en så-bra-som-möjligt lösning, dvs en lösning som är så kortfattat som möjligt (figurer och matematiska uttryck kan hjälpa), så omfattande som möjligt och med det bästa möjliga språkbruket.
- 11:30-12:00** Genomgång. Om vi kan så väljer vi bara några få uppgifter som vi diskuterar i helklass.

1 Transport av fotoner genom materia, Beers lag

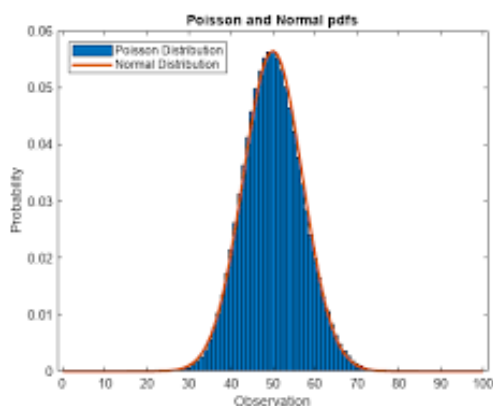
1. Definiera *primary* (primära) samt attenuerade fotoner.
2. Definiera attenueringsfaktor.
3. (Be)Skriv Beers lag med ord (tänk på att beskriva också under vilka förutsättningar Beers lag gäller).
4. Beskriv på vilket sätt Beers lag är relevant för transmissionsavbildning med joniserande strålning.
5. Skriv ett uttryck för andel primära fotoner genom ett objekt. (Tänk på att definiera symboler samt under vilka förutsättningar uttrycket gäller).
6. Skriv ett uttryck för andel attenuerade fotoner genom ett objekt. (Tänk på att definiera symboler samt under vilka förutsättningar uttrycket gäller).
7. Uppskatta attenueringsfaktor av 5 mm Si för 50 keV fotoner.
8. Uppskatta den tjockleken av bly som är nödvändig för att attenuera 95% av inkommande fotoner med energin 100 keV.
9. Beers lag lyder: $N = N_0 e^{-\mu x}$ där x är sträckan som fotonerna har färdats genom ett objekt av linjära attenueringskoefficient μ , N_0 är antal fotoner vid $x = 0$ och N är antal primära fotoner vid x . Om man har N_0 radioaktiva kärnor med sönderfallskonstant λ vid tiden $t = 0$ så är antal radioaktiva kärnor vid tiden t : $N = N_0 e^{-\lambda t}$. De två uttrycken ser ut att likna varandra väldigt mycket. Är det ett sammanträffande? Om inte, varför är uttrycken så lika? Vad finns gemensamt i de två processerna som beskrivs av dessa lagar? A-C nivå

2 Objektkontrast, SDNR, Poissonfördelning och counting statistics

1. Bestäm objektkontrast för en Al-kula i ett vattenglas. Arbeta enligt förslag nedan:
 - (a) Rita en figur där du definierar samtliga nödvändiga symboler och skriv sedan ett uttryck för objektkontrast. Räkna ut sedan objektkontrastet för ett glas av godtyckliga (men rimliga) dimensioner, en Al-kula med 3 mm i diameter och en energi hos fotoner av 60 keV.
 - (b) Repetera beräkningen med andra (rimliga) dimensioner för vattenglasets och jämför resultat med det du fått i tidigare punkt. Överraskande? Varför?
2. I samma situation som i uppgift 1a, bestäm SDNR mellan signaler i två pixlar (en som motsvarar en linje som går genom kulan den andra i en pixel som motsvarar en linje som inte går genom kulan) om man använder 10^5 fotoner/s och en insamlingstid på 1 s. Antag att signal hos detektor är proportionell mot energi deponerad i detektor.

3 RADIOAKTIVA KÄLLOR OCH DESS ENERGISPEKTRUM

3. Repetera beräkningen med andra (rimliga) dimensioner för vattenglasets och jämför resultat med det du fått i tidigare punkt. Överraskande? Varför?
4. I följande figur ser ni Poissonfördelning för ett förväntade värde av 50 samt en normalfördelning som har samma medelvärde och samma standardavvikelse som Poissonfördelningen.



- (a) Bestäm fördelningens standardavvikelse.
 - (b) Vad är sannolikhet vid ett experiment att få resultat 50?
 - (c) Vad är sannolikhet att få resultat 20?
 - (d) Ange intervallet som täcker 67%, 95% respektive 99% av möjliga experimentutfall.
 - (e) Varför är detta relevant i en kurs om medicinsk avbildning?
5. Man vill bestämma om ett block post-it lappar innehåller 1000 eller 1001 post-it genom planröntgen. Antag att man använder en energi vid vilken pappers *linear attenuation coefficient* är $0,1 \text{ cm}^{-1}$ och att källan som används strålar 10^5 fotoner/s mot blocket. Bestäm minsta möjliga tiden som krävs. (Du måste göra en uppskattning på tjockleken av en post it för att kunna lösa uppgiften).

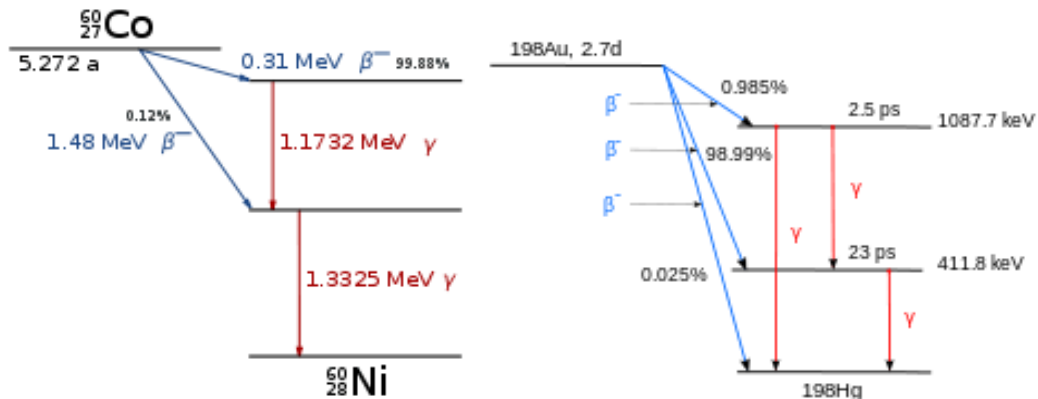
A-C nivå

3 Radioaktiva källor och dess energispektrum

1. Rita spektrum (bara fotoner) för en ^{60}Co och för en ^{198}Au källa. Både storheter och enheter på grafernas axlarna måste finnas med! Vänligen se sönderfallsschema för båda isotoperna i figur 1.
2. Rita spektrum från en ^{60}Co källa efter en Pb-filter på 3 mm. Ta med bara primära fotoner i spektrumet efter filtret. Hur skulle spektrumet ändras om man tog med även attenuerade fotoner? (För andra delen räcker med en kvalitativt resonemang).

A-C nivå

4 DETEKTORS EFFEKTIVITET (SENSITIVITY)



Figur 1: Sönderfallsschema för ^{60}Co och för ^{198}Au

3. Rita spektrumet från ett röntgenrör med W-anod som opereras vid 150 kV. Beskriv spektrumet och koppla dess form till de fysikaliska mekanismer som ger upphov till spektrumet.
4. Rita nu, i samma graf, spektrumet från ett röntgenrör med W-anod som opereras vid 150 kV samt spektrumet från ett röntgenrör med W-anod som opereras vid 180 kV.
5. Rita nu, i samma graf, spektrumet från ett röntgenrör med W-anod som opereras vid 150 kV och godtycklig anodström samt spektrumet från samma röntgenrör som opereras fortfarande vid 150 kV men med dubbelt så stor anodström jämfört med tidigare fallet. (Denna formulering kommer inte att vinna något litteraturpris men jag hoppas att ni förstår vad jag menar).
6. Rita spektrumet från ett röntgenrör med W-anod som opereras vid 150 kV före och efter en 3 mm Al-filter. Ta med bara primära fotoner i spektrumet efter filtret.
7. Beskriv hur ett röntgenrör fungerar. Använd dig gärna av figurer och försök hålla en konsekvent detaljenivå (dvs om några spekter beskrivs i minsta detaljer så måste även andra aspekter av samma vikt beskrivas med samma detaljnivå). Sikta på en text som skulle kunna placera i NE, till exempel.

4 Detektors effektivitet (sensitivity)

1. Ge definitionen av detektors effektivitet.
2. Definiera *intrinsic efficiency* och *geometric efficiency*.
3. Antag att du har en källa med känd aktivitet och sönderfallsschema i närheten av en detektor av känd konstruktion (dvs antag att du känner till vilken material används

i den känsliga delen av detektor samt dess dimensioner) och skriv ett uttryck för den förväntade räknehastigheten hos detektorn.

4. När en källa befinner sig 10 cm från en detektor så är räknehastigheten hos detektor 100 cps. Vad är den förväntade räknehastigheten om källan flyttas till avståndet 20 cm från detektor? Motivera ditt svar utförligt (dvs bygg upp ett vattentät argument för din slutsats).
5. Antag att en ^{60}Co -källa med aktivitet 10 MBq befinner sig 10 cm från en detektor A-C nivå som har en 3 cm tjock Csl-kristall med frontsida på 2 cm^2 och rita:
 - (a) Spektrum från källa
 - (b) Spektrum som detektor mäter om man bara tar hänsyn till fotoner som absorberas i detektor
 - (c) Spektrum som detektor mäter om man tar med samtliga fotoner som attenueras i detektor
 - (d) Spektrum som detektor mäter om man lägger en 1 mm tjock bly bricka mellan källan och detektor och tar hänsyn till bara primära fotoner men tar med samtliga fotoner som attenueras i detektor

5 CT och sinogram

1. Definiera Hounsfield units (HU)
2. Varför används HU?
3. Beskriv huvudprincipen med röntgen CT, diskutera hur linjerna i planet (eller rummet) kan parametriseras på lämpligt sätt och hur projektionsdata organiseras i sinogram. Beskriv också kortfattat hur bilden kan *rekonstrueras* från projektionsdata.
4. Rita sinogrammet av en disk centrerad i CT-skanners rotationscenter och halvvägs mellan detektor och röntgenrör. Antag att disken har en diameter på 5 cm och att detektor är en linjedetektor med 256 pixlar med en längd på 51,2 cm. Flytta sedan diskens mittpunkt från skanners rotationscenter (ange de nya koordinaterna) och rita sinogrammet i detta fall.
5. Antag att en pixel i detektorn i en CT-skanner är död, dvs signalen i den pixel är alltid 0. Hur skulle det visas i sinogrammet? Hur skulle det visas i rekonstruerade bilden? A-C nivå