

Övning om emissinonsavbildning med joniserande strålning

m colarieti tosti

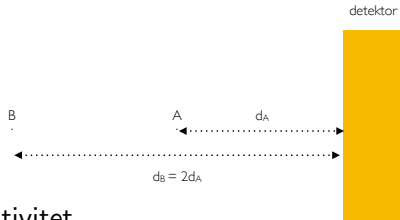
3 mars 2023

Warm up

Objektkontrat och bildkontrast

räknehastighet $\Leftrightarrow$ aktivitet

Källa K_A placeras i position A och 100 cps registreras. K_A tas bort och källa K_B (samma isotop) placeras i position B, räknehastigheten är också i detta fall 100 cps.



Vad gäller?

1. K_A och K_B har samma aktivitet
2. K_B har dubbelt så stor aktivitet som K_A har
3. K_B har fyra gånger så stor aktivitet som K_A har
4. Det saknas information för att kunna avgöra förhållanden mellan källornas aktivitet

Förslag till svar

- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)

Förslag till svar

- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)
- ▶ Sönderfallsschemat påverkas inte av avståndet från detektor
⇒ antal utstrålade fotoner per sönderfall är samma i fall A och B

Förslag till svar

- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)
- ▶ Sönderfallsschemat påverkas inte av avståndet från detektor $\Rightarrow$ antal utstrålade fotoner per sönderfall är samma i fall A och B
- ▶ Känslighet kan delas i två delar: geometriskt känslighet och *intrinsic efficiency*. I första approximation kan man uppskatta *intrinsic efficiency* mha Beers lag och med antagandet att samtliga fotoner går genom samma detektors tjocklek. Då påverkas inte *intrinsic efficiency* av avståndet.

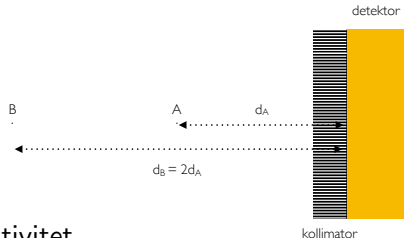
Förslag till svar

- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)
- ▶ Sönderfallsschemat påverkas inte av avståndet från detektor $\Rightarrow$ antal utstrålade fotoner per sönderfall är samma i fall A och B
- ▶ Känslighet kan delas i två delar: geometriskt känslighet och *intrinsic efficiency*. I första approximation kan man uppskatta *intrinsic efficiency* mha Beers lag och med antagandet att samtliga fotoner går genom samma detektors tjocklek. Då påverkas inte *intrinsic efficiency* av avståndet.
- ▶ Geometriskt känslighet går som $\frac{1}{d^2}$, där d är objekt-detektor avståndet

$$\Rightarrow A_B = 4A_A$$

räknehastighet $\Leftrightarrow$ aktivitet

Källa K_A placeras i position A och 100 cps registreras. K_A tas bort och källa K_B (samma isotop) placeras i position B, räknehastigheten är också i detta fall 100 cps.



Vad gäller?

1. K_A och K_B har samma aktivitet
2. K_B har dubbelt så stor aktivitet som K_A har
3. K_B har fyra gånger så stor aktivitet som K_A har
4. Det saknas information för att kunna avgöra förhållanden mellan källornas aktivitet

Förslag till svar

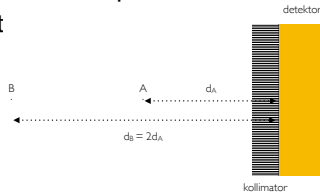
- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)
- ▶ Sönderfallsschemat påverkas inte av avståndet från detektor $\Rightarrow$ antal utstrålade fotoner per sönderfall är samma i fall A och B
- ▶ känslighet kan delas i två delar: geometriskt känslighet och *intrinsic efficiency*. I första approximation kan man uppskatta *intrinsic efficiency* mha Beers lag och med antagandet att samtliga fotoner går genom samma detektors tjocklek. Då påverkas inte *intrinsic efficiency* av avståndet.

Förslag till svar

- ▶ Räknehastighet är proportionell mot aktivitet via sönderfallsschemat (antal utstrålade fotoner per sönderfall) samt känslighet (andel detekterade fotoner av utstrålade fotoner)
- ▶ Sönderfallsschemat påverkas inte av avståndet från detektor $\Rightarrow$ antal utstrålade fotoner per sönderfall är samma i fall A och B
- ▶ känslighet kan delas i två delar: geometriskt känslighet och *intrinsic efficiency*. I första approximation kan man uppskatta *intrinsic efficiency* mha Beers lag och med antagandet att samtliga fotoner går genom samma detektors tjocklek. Då påverkas inte *intrinsic efficiency* av avståndet.
- ▶ Geometriskt känslighet för en parallel-hole kollimator är oberoend av avståndet $\Rightarrow A_B = A_A$

räknehastighet $\Leftrightarrow$ aktivitet

Källa K_A placeras i position A och 100 cps registreras. K_A tas bort och källa K_B (samma isotop) placeras i position B, räknehastigheten är också i det

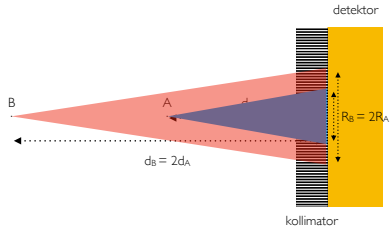


Vad gäller **för räknehastighet i en pixel** i bilden av respektive källa?

1. räknehastigheten i varje pixel i bilden av källan är samma i fall A som i fall B
2. ... är dubbelt så stor i fall A som i fall B
3. ... är fyra gånger så stor i fall A som i fall B
4. Det saknas information för att kunna uttala sig

Förslag till lösning

En parallel-hole kollimator bestämmer en vinkelspann inom vilken inkommande fotonerna släpps genom. Detta medför att bilden för källan i position B har en dubbelt så stor diameter än bilden från källan i position A (se figuren).



Då kommer de 100 cps som registreras i båda fall att vara utspridda över en area som är 4 gånger så stor för källan i B som för källan i A

⇒ räknehastigheten för en pixel i fall A är 4 ggr den i fall B

Objektkontrast

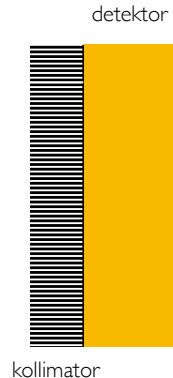
K_B har 4 gånger så stor aktivitet som K_A (samma isotop) .

Vad är objektkontrast?

- 1
- 0,75
- 0,5
- 0,25
- Det saknas information för att kunna avgöra

K_A •

K_B •



Förslag till svar

- ▶ Objektkontrast är den förväntade relativa skillnaden i signal från källan A och B.

Förslag till svar

- ▶ Objektkontrast är den förväntade relativa skillnaden i signal från källan A och B.
- ▶ Antal counts i varje pixel beror på aktivitet, avstånd, detektors känslighet, isotop (sönderfallschemat samt fotonernas energi).

Förslag till svar

- ▶ Objektkontrast är den förväntade relativa skillnaden i signal från källan A och B.
- ▶ Antal counts i varje pixel beror på aktivitet, avstånd, detektors känslighet, isotop (sönderfallschemat samt fotonernas energi).
- ▶ Källorna är identiska och befinner sig på samma avstånd från detektor $\Rightarrow$ Räknehastigheten per pixel är då bara proportionell mot aktivitet och aktiviteterna har ett förhållande 4:1

Förslag till svar

- ▶ Objektkontrast är den förväntade relativa skillnaden i signal från källan A och B.
- ▶ Antal counts i varje pixel beror på aktivitet, avstånd, detektors känslighet, isotop (sönderfallschemat samt fotonernas energi).
- ▶ Källorna är identiska och befinner sig på samma avstånd från detektor $\Rightarrow$ Räknehastigheten per pixel är då bara proportionell mot aktivitet och aktiviteterna har ett förhållande 4:1
- ▶ Om vi kallar N_A counts i en pixel för K_A så kan vi bestämma objektkontrast, OK:

$$OK = \frac{4N_A - N_A}{4N_A} = 0,75$$

Förslag till svar

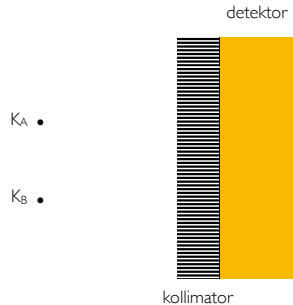
- ▶ Objektkontrast är den förväntade relativa skillnaden i signal från källan A och B.
- ▶ Antal counts i varje pixel beror på aktivitet, avstånd, detektors känslighet, isotop (sönderfallschemat samt fotonernas energi).
- ▶ Källorna är identiska och befinner sig på samma avstånd från detektor $\Rightarrow$ Räknehastigheten per pixel är då bara proportionell mot aktivitet och aktiviteterna har ett förhållande 4:1
- ▶ Om vi kallar N_A counts i en pixel för K_A så kan vi bestämma objektkontrast, OK:

$$OK = \frac{4N_A - N_A}{4N_A} = 0,75$$

- ▶ (Notera att objektkontrast är oberoende av bildens storlek då den är samma i detta fall och kan bestämmas mha en enda pixel.)

Bildkontrast

K_B har 4 gånger så stor aktivitet som K_A (samma isotop) .



Bildkontrast är:

1. beroende av avståndet mellan källor och detektor
2. oberoende av avståndet mellan källor och detektor

Förslag till svar

- Det som spelar roll för bildkontrastet är både den relativa skillnaden i förväntade räknehastighet från de två källor (objektkontrast) men också bruset i bilden

Förslag till svar

- ▶ Det som spelar roll för bildkontrastet är både den relativa skillnaden i förväntade räknehastighet från de två källor (objektkontrast) men också bruset i bilden
- ▶ Antal counts i varje pixel har en Poissonfördelning kring det förväntade pixelvärde $\Rightarrow$ standardavvikelse är lika med roten av pixelvärdet

Förslag till svar

- ▶ Det som spelar roll för bildkontrastet är både den relativa skillnaden i förväntade räknehastighet från de två källor (objektkontrast) men också bruset i bilden
- ▶ Antal counts i varje pixel har en Poissonfördelning kring det förväntade pixelvärde $\Rightarrow$ standardavvikelse är lika med roten av pixelvärdet
- ▶ SNR för antal counts i en pixel är då $\sqrt{\text{antal counts i en pixel}}$

Förslag till svar

- ▶ Det som spelar roll för bildkontrastet är både den relativa skillnaden i förväntade räknehastighet från de två källor (objektkontrast) men också bruset i bilden
- ▶ Antal counts i varje pixel har en Poissonfördelning kring det förväntade pixelvärde $\Rightarrow$ standardavvikelse är lika med roten av pixelvärdet
- ▶ SNR för antal counts i en pixel är då $\sqrt{\text{antal counts i en pixel}}$
- ▶ Då antal counts i en pixel är beroende av avståndet så kommer bildkontrast att vara beroende av avståndet $\Rightarrow$ kortare avstånd = bättre bildkontrast

SDNR som mått på bildkontrast

Antag att 2 stycken ^{99m}Tc -källor, en med aktivitet 4 MBq och en med aktivitet 1 MBq, avbildas samtidigt i en gammakamera med parallel hole kollimator med runda hål av 20 mm djup och 2 mm bredd. Kristallens intrinsic efficiency är 80%. Bildens pixelstorlek är 1 cm^2 . Antag också att bilder för de två källorna aldrig överlappar och alltid ryms i detektor.

1. Bestäm SDNR per pixel och per sekund i bilden (mellan källorna) som funktion av avståndet till detektor.
2. Bestäm det största avståndet för vilket källorna kan skiljas åt med en *confidence* på 95% med 1 s insamlingstid

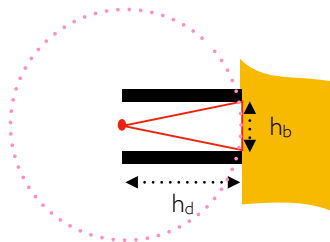


Lösningsförslag

m. colarieti-tosti

15 april 2021

- Signal Differens i detta fall är differensen mellan förväntade pixels räknehastighet från respektive källa. För att bestämma detta behöver vi:
 - bestämma kamerans effektivitet för att kunna uppskatta totala räknehastighet från respektive källa. *Intrinsic efficiency* är given, så vi måste bara uppskatta geometriskt effektivitet.
 - bestämma bildens storlek som funktion av avståndet
- Vi börjar med kamerans geometriska effektivitet som vi vet är oberoende av avstånd och kan därför uppskattas för en källa som placeras vid mitten av ett kollimatorhål på avstånd 0 från kollimator (se figuren).



Geometrisk effektivitet, η_{geo} , kan uppskattas som kvoten mellan arean av detektorn som är öppen för fotonerna genom area över vilken fotonerna är uppspridda:

$$\eta_{\text{geo}} \approx \frac{\pi(\frac{h_b}{2})^2}{4\pi h_d^2} = \frac{h_b^2}{16h_d^2}$$

Med de aktuella numeriska värden: $\eta_{\text{geo}} \approx \frac{2^2}{16 \cdot 20^2} = \frac{1}{1600}$.

Effektivitet, η , kan då uppskattas som produkten av geometriskt och intrinsic efficiency:

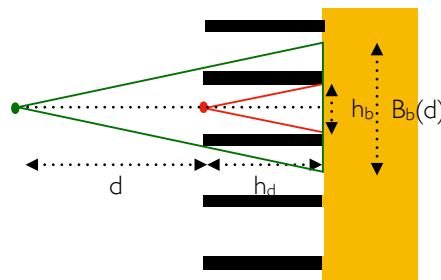
$$\eta \approx \frac{1}{1600} \cdot 0,8 = \frac{1}{2000}$$

- Vi kan nu bestämma räknehastighet, CR, i hela bilden för respektive källa:

$$CR(4 \text{ MBq}) \approx 4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}$$

$$CR(1 \text{ MBq}) \approx 1 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}$$

- Låt oss nu bestämma bildernas storlek som funktion av avståndet. Vi kan igen använda oss av likformighet för att bestämma bildens bredd vid avståndet d , $B_b(d)$, givet bildens bredd vid avstånd 0 (dvs samma som hålets bredd).



Med beteckningar definierade i figuren fås:

$$\frac{B_b(d)}{d + h_d} = \frac{h_b}{h_d} \Rightarrow B_b(d) = \frac{h_b}{h_d}(d + h_d)$$

Med aktuella numeriska värden, uttryckt i cm fås:

$$B_b(d) = \frac{2}{20}(d + 2) = \frac{d + 2}{10}$$

Bildens storlek som funktion av avståndet, $A_b(d)$, i cm^2 är då:

$$A_b(d) = \pi \left(\frac{d + 2}{20} \right)^2$$

- Vi kan nu uppskatta räknehastighet i en pixel, $PCR(d)$ för de två källorna som funktion av avståndet:

$$PCR_{4\text{MBq}}(d) = \frac{CR(4 \text{ MBq})}{A_b(d)} \approx \frac{4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20} \right)^2}$$

$$PCR_{1\text{MBq}}(d) = \frac{CR(1 \text{ MBq})}{A_b(d)} \approx \frac{1 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20} \right)^2}$$

- Vi kan då uppskatta Signal Difference som funktion av avståndet:

$$SD(d) = PCR_{4\text{MBq}}(d) - PCR_{1\text{MBq}}(d) \approx \frac{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20} \right)^2}$$

- För att uppskatta bruset, N , använder vi faktum att vi vet att räknehastighet följer Poissonfördelning och därför kommer standardavvikelse i räknehastigheten att vara roten av räknehastigheten $\Rightarrow$ då är standardavvikelsen av differensen av räknehastigheten från de två källorna summan av standardavvikelsen för respektive källa:

$$N(d) \approx \sqrt{\text{PCR}_{4\text{MBq}}(d)} + \sqrt{\text{PCR}_{1\text{MBq}}(d)} \approx \sqrt{\frac{4 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20}\right)^2}} + \sqrt{\frac{1 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20}\right)^2}} =$$

$$= \frac{6 \cdot 10^4}{\sqrt{2000\pi}(d+2)}$$

- SDNR som funktion av avståndet är då:

$$\text{SDNR}(d) = \frac{\frac{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2000}}{\pi \left(\frac{d+2}{20}\right)^2}}{\frac{6 \cdot 10^4}{\sqrt{2000\pi}(d+2)}} = \frac{20^{\frac{5}{2}}}{4\sqrt{\pi}} \frac{1}{(d+2)}$$

- För att kunna skilja åt de två källor med en *confidence* på 95% så måste $\text{SDNR} \geq 2$, så vi kan bestämma det största avståndet genom att lösa för d ekvationen:

$$\text{SDNR}(d) = 2 \Rightarrow \frac{20^{\frac{5}{2}}}{4\sqrt{\pi}} \frac{1}{(d+2)} = 2 \Leftrightarrow d = \frac{20^{\frac{5}{2}}}{8\sqrt{\pi}} - 2$$