



KOMPLETTERINGSUPPGIFTER, CM1000:TEN1 – DISKRET MATEMATIK, APRIL 2020

Detta dokument innehåller kompletteringsuppgifter till en hemtenta och dessa uppgifter ges under vårterminen 2020 då världen och KTH är under stark inverkan av en pandemi. KTHs respons till detta är att studenter inte får vistas i KTHs lokaler och denna lista på kompletteringsuppgifter ges därför som hemuppgifter. Samma villkor (med ett undantag, se nedan) gäller för genomförandet som för hemtentan, men sista inlämningsdatum nu är satt till 8 juni med inlämning per epost: johnnyp@kth.se. Ni få självklart lämna in tidigare om ni vill.

Villkoren för hemtentan citeras här och samma villkor gäller för genomförandet av kompletteringsuppgifterna:

”En hemtentamen ges då alltså och all kurslitteratur och allt kursmaterial är tillåtna hjälpmedel. Det är dock inte tillåtet att någon annan än just du gör själva tentamen utan den ska utföras självständigt som alla andra tentor. För att verifiera att tentamen genomförts självständigt kommer ett kompletterande muntligt förhör att hållas för alla de som klarat någon uppgift hörande till något delområde, så innan du kan få meriter införda i matrisen med alla delområden måste detta kompletterande förhör hållas. Detta gäller dock bara uppgifterna 1, 3, 5 och 9 som är mer teoretiska till sin natur. De andra uppgifterna kommer inte att förhöras ytterligare men alla de andra uppgifterna kräver fullständiga motiveringar i lösningarna utom 4, 7 och 8 som är *rena* beräkningsuppgifter och ni kommer inte att avkrävas förklaringar av dessa (även om lösningarna måste vara fullständiga).”

Nytt krav: referenser i motiveringarna. Detta krav gäller inte kompletteringsuppgifterna.

Uppgifter

2. Låt A, B, C, D vara mängder. Bevisa formeln

$$A \times B \cup C \times D \subset (A \cup C) \times (B \cup D)$$

och ta fram exempel på fyra mängder A, B, C, D där *inte* likhet råder mellan mängden $A \times B \cup C \times D$ och mängden $(A \cup C) \times (B \cup D)$.

3. *Funktioner*. Låt mängderna $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ vara givna.

(a) Ange alla injektiva funktioner $f : A \rightarrow B$.

(b) Ange alla surjektiva funktioner $f : B \rightarrow A$.

5. *Relationer*. Definiera relationen \mathcal{R} på \mathbb{Z} genom

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^2 + y^2 \text{ är ett udda tal eller } x \cdot y < 0.$$

Ge en fullständig utredning av vilka egenskaper denna relation har av *reflexivitet*, *symmetri*, *antisymmetri* och *transitivitet*. Alltså, för dessa fyra egenskaper: om relationen har egenskapen, bevisa det, om relationen inte har egenskapen, bevisa att den inte har egenskapen.

6. Uppdatera din lösning från ordinarie tentan så att den blir korrekt.