



KONTROLLSKRIVNING 3 – CM1000, DISKRET MATEMATIK, HT2021

Tillåtna hjälpmedel är ett A4-ark med egna anteckningar från kursen. Anteckningar får finnas på båda sidor av arket. Ingen miniräknare är tillåten.

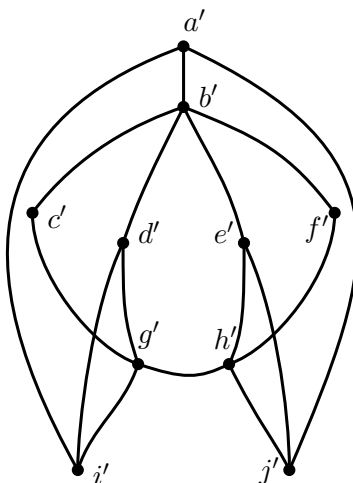
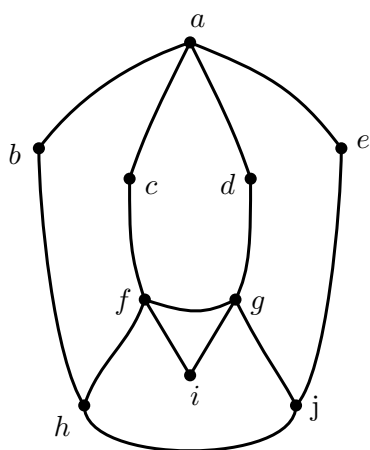
Skrivtiden är 1 timme och 45 minuter med start 14:15 och sista inlämning 16:00. Sent inlämnade skrivningar rättas inte. (Några har förlängd skrivtid och motsvarande för dem klockslag är 17.00.) Fullständiga lösningar krävs normalt till alla uppgifter. Till denna KS hör ingen muntlig tentamen.

3. Funktioner. Beteckna med I mängden av icke-negativa reella tal < 1 , det vill säga $I = \{x : 0 \leq x < 1\}$. Definiera funktionen $f : I \times I \rightarrow I$ genom

$$f(x, y) = \frac{x + y}{1 + xy}.$$

Är funktionen f injektiv? Surjektiv? Bevisa dina påståenden.

7. Grafteori. Betrakta nedanstående två grafer.



Ange en ny graf G som har följande egenskaper:

1. G är delgraf av båda graferna.
2. G är så stor som möjligt i den meningen att om någon annan graf G' är delgraf av båda graferna så är också denna nya graf mindre än G , det vill säga G' är delgraf av G .

Du behöver inte ge ett formellt bevis av att den graf som du kommer fram till har dessa egenskaper, det räcker med att ge ett troligt (men detaljerat!) resonemang som ger ett förslag på en graf av det sökta slaget.

8. Kombinatorik. Betrakta uttrycket

$$16 \left(x^2 - \frac{1}{2x^3} \right)^n.$$

Ange ett heltal $n > 0$ för vilket konstanttermen i uttrycket är ett heltal skilt från noll.

9. Sannolikhetslära. Låt A, B vara två oberoende händelser med lika sannolikhet i ett utfallsrum S och antag att $P(A \cap B) = d > 0$. Beräkna $P((A \cup B)^c)$ uttryckt i d .