



KONTROLLSKRIVNING 1 – CM1000, DISKRET MATEMATIK, HT2021

Tillåtna hjälpmedel är ett A4-ark med egna anteckningar från kursen. Anteckningar får finnas på båda sidor av arket. Inlämning sker i form av fotograferade handskrivna lösningar i aktuell Quiz på kurswebben. Om ni av någon anledning inte kan scanna in en fil och måste mejla den till mig, ladda istället upp en platsmarkörsfil och mejla er lösning till mig. Jag kan inte rätta uppgifter som inte har uppladdade bildfiler och observera att om ni trycker på "skicka in"/"submit" så kan inte längre lämna in några lösningar. Om ni mejlar en lösning till mig måste också detta föregås av en diskussion med mig (ansvarig lärare) på skrivningens zoommöte.

Skrivtiden är de normala 1 timme och 45 minuter + 25-30 minuter extra tid för bildhantering & uppladdning, därför tillgängliggörs skrivningen 10-15 minuter innan 14.00 och sista (ordinarie) inlämningstid är 16.00. Observera att all behandling av alla uppgifter och all hantering med inlämning ska ske under denna tid. Annars rättas inte lösningarna. (Några har förlängd skrivtid och motsvarande för dem klockslag är 17.00.)

1. Logik. Nedan finns ett svarsformulär med fyra kolumner och ett antal rader. I de två första kolumnerna anges två utsagor. Du ska avgöra om dessa utsagor är ekvivalenta eller inte ekvivalenta och på samma rad kryssa i den ruta som anger vad som gäller. De två första raderna har exempel som visar mer konkret vad som menas. Fyll i resten av raderna så att formuläret blir rätt ifyllt. Du får ha högst ett fel för godkänt på uppgiften. En rad med ingen ruta ikryssad räknas som ett fel. ($p \oplus q$ betyder $(p \vee q) \wedge (\neg(p \wedge q))$.)

Utsaga 1	Utsaga 2	Svarsalternativ 1	Svarsalternativ 2
$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$	<input checked="" type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input type="checkbox"/> Inte ekvivalenta
$p \rightarrow q$	$p \vee q$	<input type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input checked="" type="checkbox"/> Inte ekvivalenta
$\neg(p \wedge (q \vee r))$	$q \vee r \rightarrow \neg p$	<input type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input type="checkbox"/> Inte ekvivalenta
$\neg(p \oplus q)$	$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$	<input type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input type="checkbox"/> Inte ekvivalenta
$\neg(p \wedge q \wedge \neg r)$	$\neg p \vee q \vee r$	<input type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input type="checkbox"/> Inte ekvivalenta
$(r \rightarrow \neg q) \rightarrow p$	$p \vee (q \wedge r)$	<input type="checkbox"/> Ekvivalenta	<input type="checkbox"/> Inte ekvivalenta

2. Mängdlära. Låt A, B, C, D beteckna vilka mängder som helst. Nedan finns två påståenden, det ena är sant och det andra är falskt. Bevisa det som är sant och ge exempel på fyra konkreta mängder som visar att det falska påståendet är falskt.

Antalet element i $A \oplus B \oplus C \oplus D$ är alltid jämnt

Om ett element ligger i $A \oplus B \oplus C \oplus D$ så ligger det i ett udda antal av dessa mängder.

Ledning: Om E, F är mängder så är $E \oplus F$ lika med $(E - F) \cup (F - E)$ som innebär att $x \in E \oplus F$ är samma sak som $x \in E \wedge x \notin F$ eller $x \notin E \wedge x \in F$. Låt nu $A \oplus B$ och $C \oplus D$ ta rollerna av E och F . Du får utgå från att \oplus är associativ, det vill säga att $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$ för alla möjliga mängder A, B, C .

3. Funktioner. Låt E, F vara två ändliga mängder med precis ett gemensamt element och bilda funktionen f definierad av

$$f(E, F) = |E \times F| - |E| - |F| + 1.$$

Vi ska alltså stoppa in *mängder* som argument till den här funktionen. Visa att

$$f(E, F) = |E' \times F'|$$

där $E' = E - \{x\}$ och $F' = F - \{x\}$ där $\{x\} = E \cap F$.

5. Relationer. Studera relationen \mathcal{R} på \mathbb{Z}_2 definierad av

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^2 = y^2 \vee (x+1)^2 = y^2.$$

(I hela denna uppgift skriver vi kongruensklasser som tal utan överstreck, vi skriver alltså $1, 2, \dots$ istället för $\bar{1}, \bar{2}, \dots$) Bevisa att \mathcal{R} är en ekvivalensrelation.