

# SF 1661 Perspektiv på matematik

Välkomna!

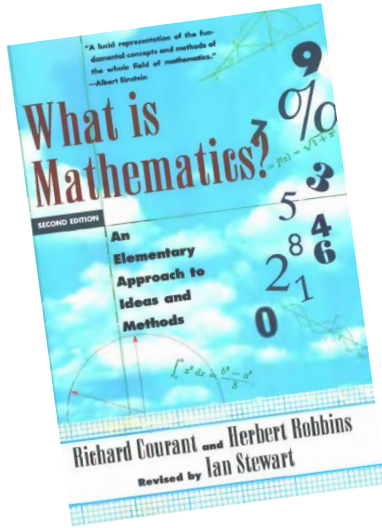
HT 2022

Hans Thunberg  
thunberg@math.kth.se

# Dagens program

- *Vad är matematik?*
- Kort om kursen och dess upplägg
- De naturliga talen
- Primtal

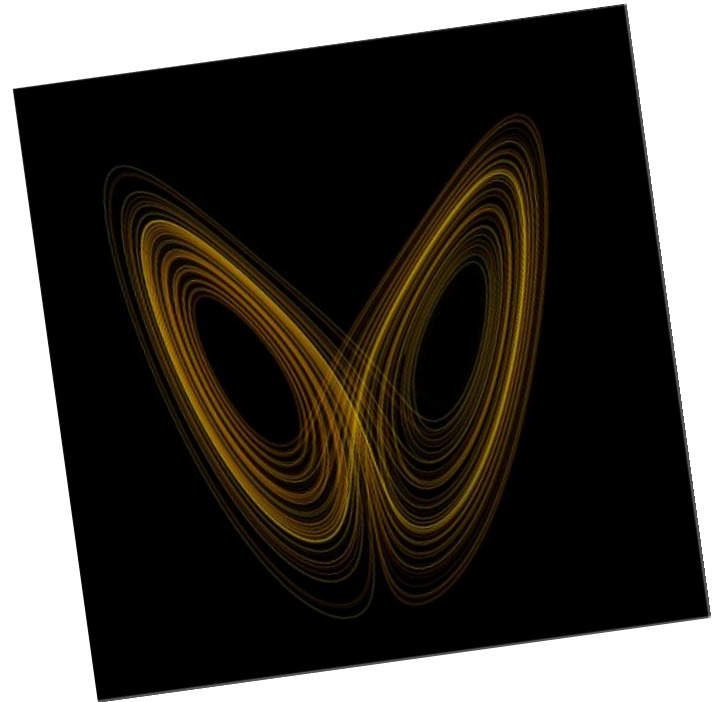
# Vad är matematik?



$$\sqrt{\frac{\frac{(x-a)^3 - (x^2 - a^2)}{x^2 - 2ax + a^2} + \frac{a+x}{x-a}}{\frac{(a-x)^4}{x^2 - 2ax + a^2}}}$$

$$1 + 1 \equiv 0 \pmod{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$



# Vad är Matematik?

- **”Matematik** är en abstrakt och generell vetenskap om problemlösning och metodutveckling.”  
(sv Wikipedia 2013)
- **“Mathematics** is the abstract study of topics such as quantity (numbers), structure, space, and change.”  
(eng Wikipedia 2013)
- **“Mathematics** includes the study of such topics as quantity (number theory), structure (algebra), space (geometry), and change (mathematical analysis). It has no generally accepted definition.”  
(eng Wikipedia 2020)

# Vad är Matematik?

*? Matematiken finns oberoende av människan,  
vi **upptäcker** samband och struktur som redan finns ?*

$$3762 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 19$$

För varje cirkel gäller att  $\frac{O}{d} = \pi$  ,

där  $d$  är cirkelns diameter,  $O$  är dess omkrets och  $\pi \approx 3.14$  är en konstant densamma för alla cirklar.

# Vad är Matematik?

*? Matematiken är ett mänskligt påfund, vi **skapar** de matematiska begreppen och strukturerna ?*

$$2^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ett komplext tal  $z$  är ett tal av formen

$$z = x + iy ,$$

där  $x$  och  $y$  är reella tal och  $i^2 = -1$  .

# Matematik är **inte** en naturvetenskap

Vad är SANT och var är FALSKT ?

Naturvetenskap: **experiment** på **naturen** avgör



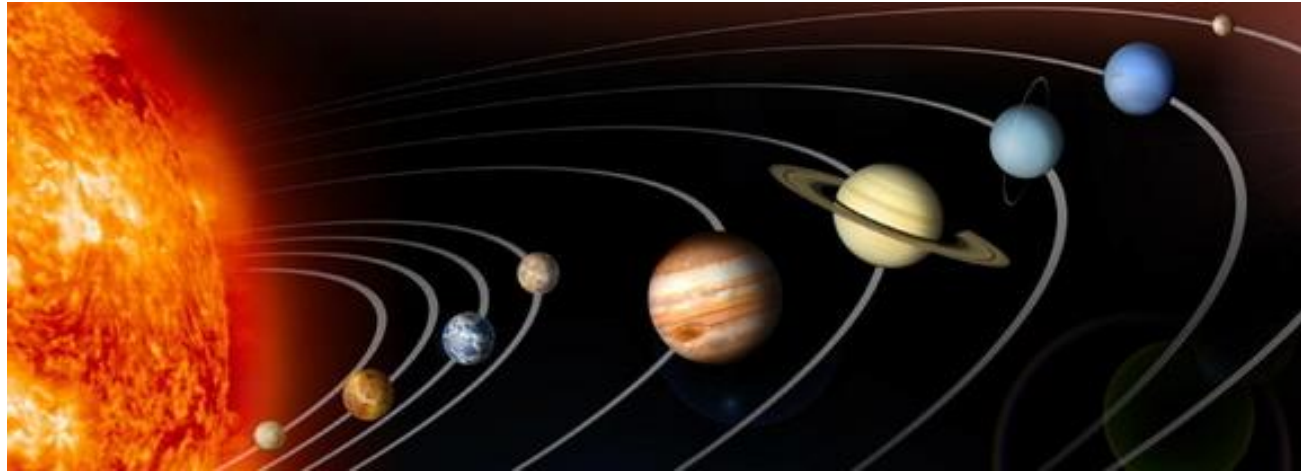
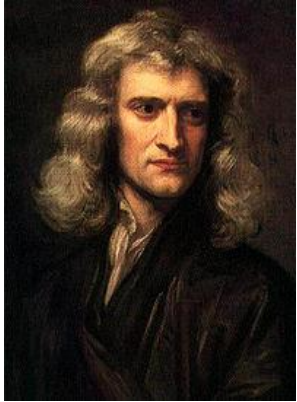
Matematik: mänskliga **tankar** avgör

- bevis, logiska resonemang, beräkningar, motexempel ..



# Matematik – andra vetenskapers språk

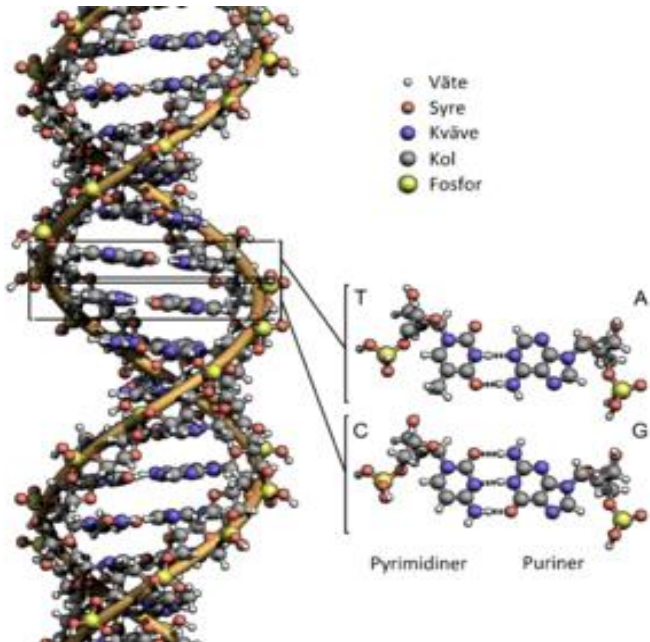
---



$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\alpha}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

*“The Unreasonable Effectiveness of  
Mathematics in the Natural Sciences”*  
**(Eugene Wigner)**

# Matematik - ett universalverktyg för ingenjörer



# Medborgarmatematik

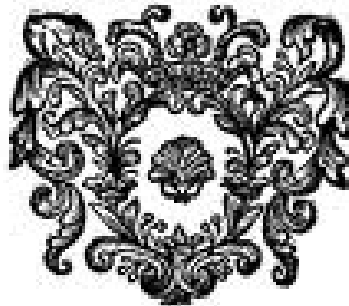
---

- $14 - 19 + 8$
- "Vad blir 0,5 gånger 0,5" ?
- Du ska köpa en ny lägenhet för 3 miljoner kronor. Du blir erbjuden rörlig ränta om 2%.
  - Vad blir månadskostnaderna för lånet efter ränteavdrag?
  - Om räntan stiger till 7%?
- Lönar det att köpa till en försäkring på sin nya kaffebryggare?
- Vad menas med att en förändringen är "statistiskt säkerställd" ?
- "Staten satsar ca 30 miljarder ( $3 \cdot 10^{10}$ ) kronor per år på studiestöd."

# Matematik är ett kulturämne

---

EUCLIDIS  
ELEMENTORUM  
LIBRI SEX PRIORES  
UNA CUM  
UNDECIMO  
ET  
DUODECIMO.



UPSALLÆ, Typis Viduæ b. Höjeri

Världens mest lästa bok ?

# Matematik är ett forskningsämne

Stor internationell forskningsverksamhet  
Ett par miljoner publicerade verk  
Ca 100 000 nya verk /år

**Institutionen för matematik**

Math in English 

Hem | Utbildning | Forskning | Samverkan | Om KTH | Bibliotek

Sök på KTH:s webbplats

KTH / Institutionen för matematik This page in English

[< KTH](#)

**Institutionen för matematik**

Institutionen för Matematik

[Kontakt och medarbetare](#) >

[Om oss](#)

[Utbildning](#) >

[Samverkan](#) >

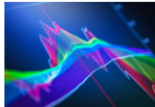
[Skolaktiviteter](#)

[Kalender](#) >

## Institutionen för Matematik

Matematik kan beskrivas som vetenskapen som, med hjälp av logik, undersöker egenskaper och mönster av abstrakta strukturer. Historiskt har matematiken utvecklats i nära samspel med naturvetenskap och teknik. Institutionen består av fyra avdelningar.

[På vår engelskspråkiga hemsida hittar du utförligare information om oss](#)



Matematik

Matematik för Data

Matematisk statistik

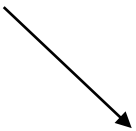
Numerisk analys

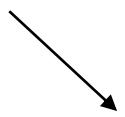
Optimeringslära

- Matematik är ett *färdighetsämne*
  - *Vi behöver kunna räkna snabbt och säkert för att inte köra fast*
- Matematik är ett *kunskapsämne*
  - *Formler, exempel och mönster är det vi tänker med*
- Att göra matematik är att tänka logiskt, självständigt och noggrant
  - *med de verktyg vi har lärt oss*

Det ena bygger på det andra .....

---


$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}$$


$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{a+b}{a-b}}$$


$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$


# Vi tänker, skriver och pratar om matematik i olika 'modes'

---

- Informellt
  - Intuition, rimlighetsresonemang
- Formellt
  - Logiskt precist. Detaljerat.
- Maskinellt
  - Beräkningar och automatiserat tänkande

# Matematik tar tid

---

- Ha tålamod
  - om det inte är svårt lär man inget nytt!
- Fråga och diskutera
- Låt det ta tid. Häng med i kursen från första dagen.
- Tumregel för arbetsinsats i SF1661:

6 hp  $\sim$  4 v heltid  $\sim$  ca 160 h totalt  $\sim$  20 h/vecka (minst!)

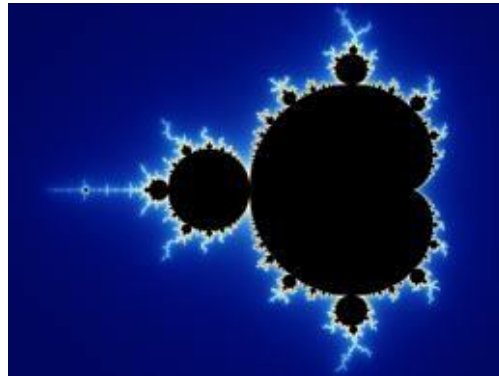


# Matematik



$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

---



M = mängden av alla komplexa tal  $z$  sådana att

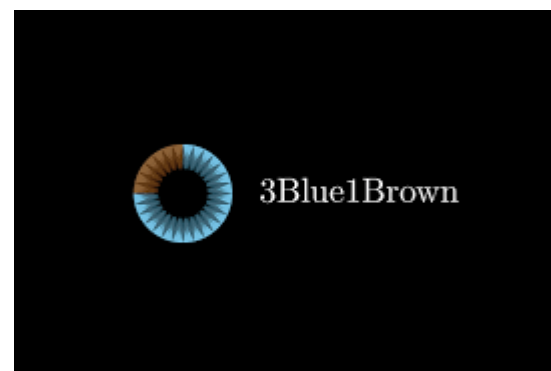
$$z \rightarrow z^2 + z \rightarrow (z^2 + z)^2 + z \rightarrow \dots \not\rightarrow \infty$$



# Matematik



MATHOLOGER



# SF1661 Kursinformation

- Kursinnehåll
- Kurshemsidan
  - Läs vidare själva – fråga imorgon.

# Kursinnehåll - exempel

- Bevisa att det finns oändligt många primtal.
- Varför är  $(-1) \cdot (-1) = +1$  ?
- Vad betyder  $\binom{n}{k}$  och varför är  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ?
- Alla trigonometriska formler – det är lätt!
- Komplexa tal, polynom och faktorsatsen
  - Varför kan en  $n$ -grads ekvation ha högst  $n$  st lösningar?
  - Lös ekvationen  $z^5 + 1 - i = 0$

# Ur Kursplanen

Kursen syftar till att fördjupa kunskaperna inom centrala områden av gymnasieskolans matematikkurser, och också till att utveckla förmågan att självständigt och kreativt arbeta med matematik. **I kursen betonas hur förståelse för de matematiska begreppen och matematikens logiska struktur utvecklas hand i hand med förmågan att genomföra beräkningar och lösa problem.**

## Kursinnehåll \*

Huvudsakligt matematiskt innehåll:

Mängder och operationer på mängder. Talbegreppet. Representation av och aritmetik med naturliga, hela, rationella, reella och komplexa tal. Primtal. Summor. Binomialsatsen.

Euklidiskt avstånd, absolutbelopp och cirkelns ekvation. Polynom och deras faktorisering.

Funktionsbegreppet och funktioners inverterbarhet. De elementära funktionerna och deras grundläggande egenskaper och samband. ~~Gränsvärden av talföljder och reellvärda funktioner av en reell variabel.~~

Förenklingar och beräkningar. Ekvationer och olikheter.

I kursen behandlas också:

Matematikens begreppsvärld, inklusive begreppen "Definition", "Sats" och "Bevis". Matematiska resonemang och matematisk kommunikation. Olika typer av bevisföring, inklusive matematisk induktion. Matematisk studieteknik och matematiskt lärande.

## Lärandemål \*

Efter avslutad kurs ska studenten, inom de områden som utgör kursens huvudsakliga matematiska innehåll, **kunna**

**Läsa och tillgodogöra sig matematisk text.**

**Genomföra och i skrift kommunicera matematiska resonemang av olika karaktär såsom beräkningar, härledningar, slutledningar och bevis.**

**Formulera och använda metoder, begrepp och satser för att lösa matematiska problem.**

# Kurshemsidan

- Här finns all kursinformation och allt kursmaterial förutom läroboken

<https://canvas.kth.se/courses/34788>