



## Tentamen i Ellära (HE1027)

- Rättande lärare: Maksims Kornevs  
Tel. nr. 0760884993
- Examinator: Elias Said
- Datum och tid: 2021-05-31 kl. 8:00 – 12:00
- Hjälpmittel: Räknare  
Två A4 sidor (ett blad) med handskrivna anteckningar (inga kopior).
- Omfattning: Tentamen består av 7 uppgifter.  
För godkänt krävs 10 poäng av totalt 24 möjliga poäng.
- Betygsgränser: För betyg A, B, C, D, E krävs 22, 19, 16, 13 respektive 10 poäng. För betyget Fx krävs 9 poäng.  
*Fx är underkänt betyg, men med möjlighet till komplettering. Om kompletteringen är godkänd rapporteras betyget E, annars rapporteras F.*
- Övrig information: Lösningarna måste vara skrivna med läsbar handstil.  
Ange namn och personnummer på varje sida.  
Ange blad- och uppgiftsnummer på varje sida.  
Redovisade lösningar skall vara fullständiga och lätta att följa.  
Tydliga kommentarer.

### Uppgift 1 [4p]

Totala resistansen för kretsen bestämdes som:

$$R_{AB} = ((7\Omega + 5\Omega) // 4\Omega + 1\Omega) // (2\Omega + 3\Omega // 6\Omega) + 8\Omega$$

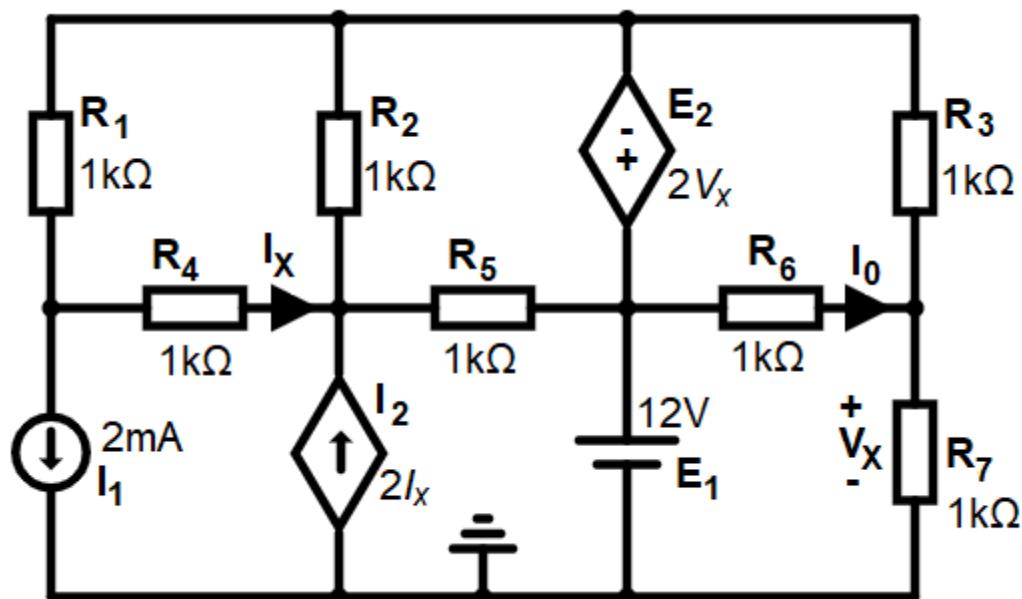
där // betyder att motstånden är parallella och + betyder att motstånden är i serie. Bygg en krets som representeras av denna ekvation [2p]. Bestäm hur stor laddning passerar på 2.5 sekunder genom  $8\Omega$ -motståndet [1p]. Bestäm spänningen över  $4\Omega$  motstånd [1p].

A total resistance for the circuit was calculated as seen above, where // means that resistors are in parallel and + means that resistors are in series. Build a circuit that is represented by this equation [2p]. Calculate how much charge passes in 2.5 seconds through the  $8\Omega$  resistor [1p]. Calculate voltage drop at the  $4\Omega$  resistor [1p].

### Uppgift 2 [4p] (Denna uppgift kan du som är godkänd på KS-1 hoppa över)

Bestäm strömmen  $I_0$  i kretsen nedan.

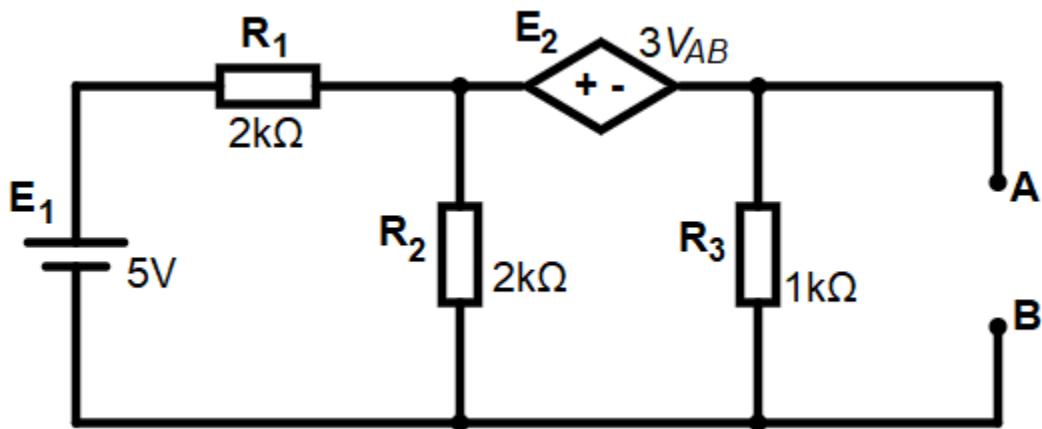
Calculate the current  $I_0$  in the circuit below.



### Uppgift 3 [3p]

En resistor ansluts mellan **A** och **B** nedan. Bestäm maximalt möjlig effektutveckling i denna.

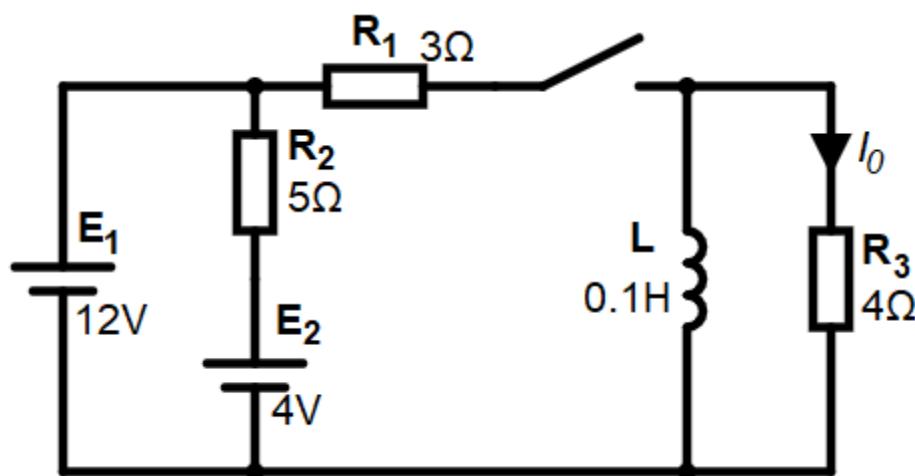
A resistor is connected between **A** and **B** below. Determine the maximum possible power that this resistor can have.



### Uppgift 4[4p]

Vid tiden  $t=0$  sluts kontakten i kretsen nedan. Bestäm  $i_o(t)$ .

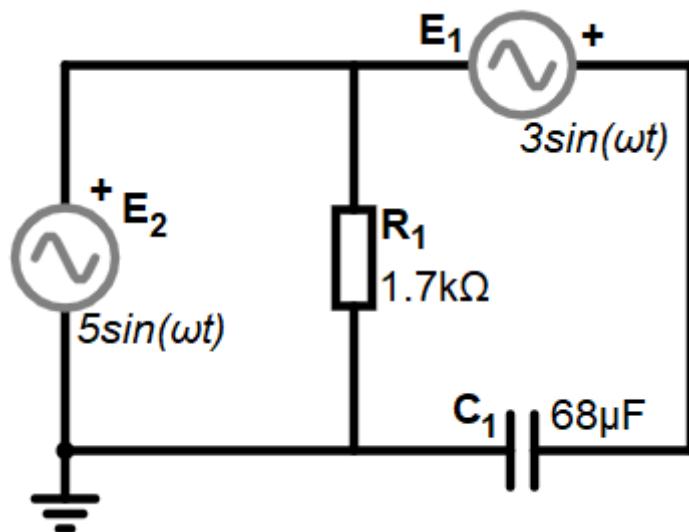
At time  $t=0$ , the switch is closed in the circuit. Determine  $i_o(t)$ .



**Uppgift 5 [4p]** (Denna uppgift kan du som är godkänd på KS-2 hoppa över)

Bestäm  $V_{C1}$  om  $f=50\text{Hz}$  och om  $f=\infty\text{Hz}$  [1p]. Rita ett diagram över förändring av  $V_{C1}$  baserat på frekvensen. Se till att du har rätt max- och minivärden för  $V_{C1}$  [1p], korrekt brytpunkt om relevant [1p]. Presentera diagrammet ordentligt (korrekt skala, namn på axlar osv) [1p].

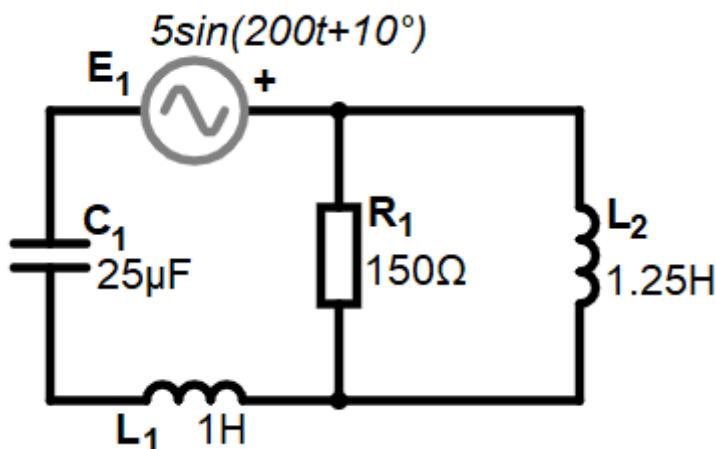
Calculate  $V_{C1}$  if  $f=50\text{Hz}$  and if  $f=\infty\text{Hz}$  [1p]. Draw a plot of change of  $V_{C1}$  based on frequency. Make sure you have proper maximum and minimum values of  $V_{C1}$  [1p], a proper breaking point if any [1p]. The graph should be presented properly (proper scale, name of axes, etc) [1p].



**Uppgift 6 [2p]**

Bestäm spänningen och strömmen genom spolen  $L_2$  i sinusform.

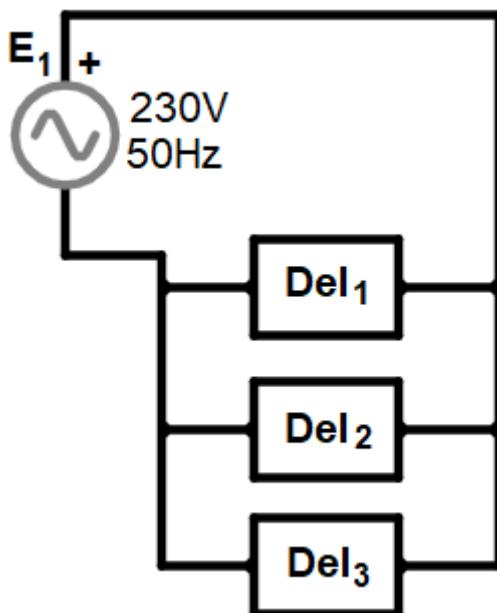
Find voltage and current through the inductor  $L_2$  in sinusoid form.



### Uppgift 7 [3p]

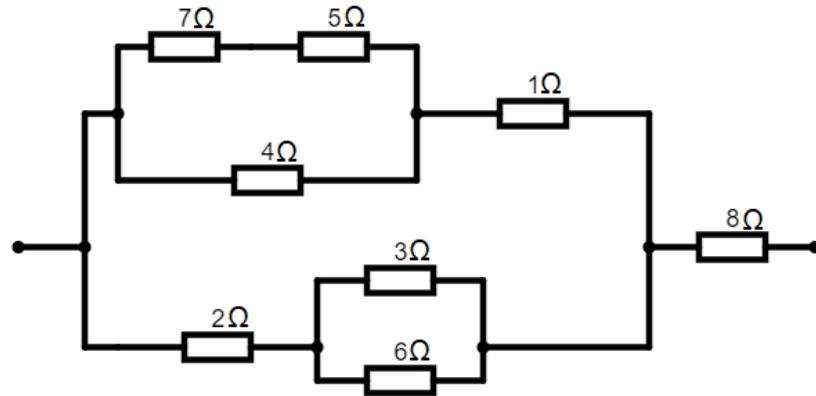
Tre delar är anslutna till strömkällan. Del 1 förbrukar 50kW med 40kVAR reaktiv induktiv effekt. Del 2 förbrukar 40kW och har en effektfaktor på 0.8 (induktiv). Del 3 har 10kW och 12kVAR (kapacitiv). Bestäm den skenbara effekten för varje del, total skenbar effekt, och total effektfaktor [1.5p]. Utvärdera effekten av kapacitansen som är kopplad parallellt vilket höjer effektfaktorn till 0.95 [1.5p].

Three parts are connected to the power source. Part 1 consumes 50kW with 40kVAR reactive inductive power. Part 2 consumes 40kW and has a power factor of 0.8 (inductive). Part 3 has 10kW and 12kVAR (capacitive). Determine the apparent power for each part, total apparent power, and total power factor [1.5p]. Evaluate the power of the capacitance that is connected parallel which will raise the power factor to 0.95 [1.5p].



## SVAR

### Uppgift 1



$$R_{AB} = 10\Omega$$

$$I_{8\Omega} = V_{\text{Total}} / R_{AB} = V / 10 = 0,1 \text{ V [A]}$$

$$Q = I \cdot t = 0,1 \text{ V} \cdot 2,5 = 0,25 \text{ V [coulombs]} = 0,25 \text{ V} \cdot 6,242 \cdot 10^{18} = 1,56 \cdot 10^{18} \text{ V [electrons]}$$

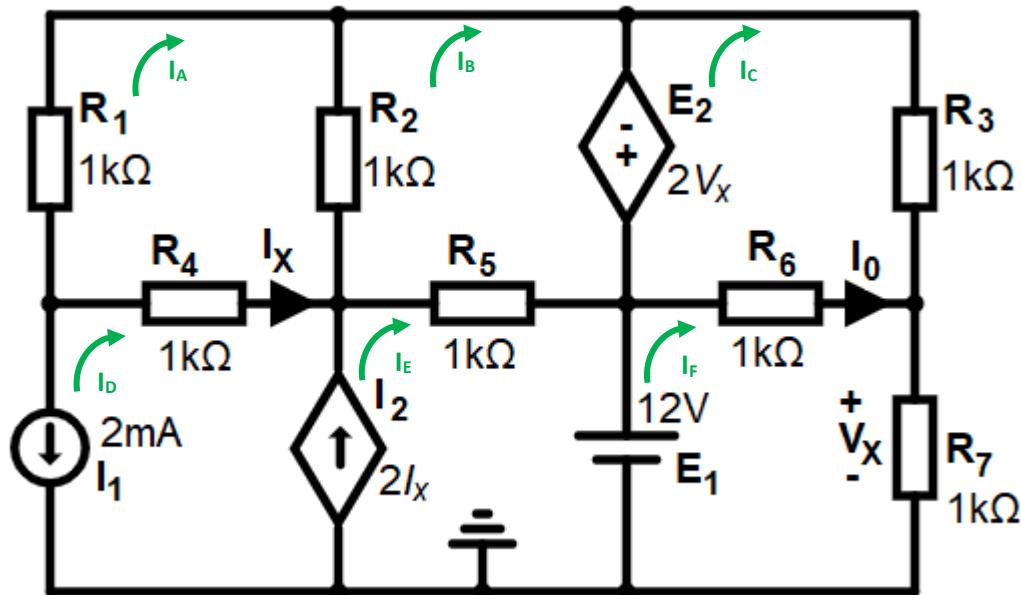
$$V_{((7\Omega+5\Omega)//4\Omega+1\Omega)//(2\Omega+3\Omega//6\Omega)} = V_{((7\Omega+5\Omega)//4\Omega+1\Omega)} = V - I_{8\Omega} \cdot 8\Omega = V - 0,8 \text{ V} = 0,2 \text{ V}$$

$$I_{((7\Omega+5\Omega)//4\Omega+1\Omega)} = 0,2 / (12 // 4 + 1) = 0,2 \text{ V} / 4 = 0,05 \text{ V}$$

$$V_{4\Omega} = V_{(7\Omega+5\Omega)//4\Omega} = 0,2 \text{ V} - I_{1\Omega} \cdot 1\Omega = 0,2 \text{ V} - 0,05 \text{ V} = 0,15 \text{ V}$$

2)

Mesh method



$$\text{Loop } I_A: -I_A \cdot R_1 - R_2(I_A - I_B) - R_4(I_A - I_D) = 0$$

$$-3k \cdot I_A + 1k \cdot I_B + 1k \cdot I_D = 0$$

$$\text{Loop } I_B: -R_2(I_B - I_A) + E_2 - R_5(I_B - I_E) = 0$$

$$E_2 = 2 \cdot V_X = 2 \cdot R_7 \cdot I_F$$

$$-R_2(I_B - I_A) + 2 \cdot R_7 \cdot I_F - R_5(I_B - I_E) = 0$$

$$-2k \cdot I_B + 1k \cdot I_A + 1k \cdot I_E + 2k \cdot I_F = 0$$

$$\text{Loop } I_C: -E_2 - R_3 \cdot I_C - R_6(I_c - I_F) = 0$$

$$E_2 = 2 \cdot V_X = 2 \cdot R_7 \cdot I_F$$

$$-2 \cdot R_7 \cdot I_F - R_3 \cdot I_C - R_6(I_c - I_F) = 0$$

$$-2k \cdot I_C - 1k \cdot I_F = 0$$

$$\text{Loop } I_D: I_D = -2m$$

$$\text{Loop } I_E: I_E = I_D + I_2 = I_D + 2 \cdot I_X = I_D + 2(I_D - I_A)$$

$$I_E = 3 \cdot I_D - 2 \cdot I_A$$

$$I_E = -6m - 2 \cdot I_A$$

$$\text{Loop } I_F: E_1 - R_6(I_F - I_C) - R_7 \cdot I_F = 0$$

$$12 - 2k \cdot I_F + 1k \cdot I_C = 0$$

$$I_A = -0.0000571429 = 57\mu A$$

$$I_B = 0.00182857 = 1.8mA$$

$$I_C = -0.0024 = -2.4mA$$

$$I_D = -0.006 = -6mA$$

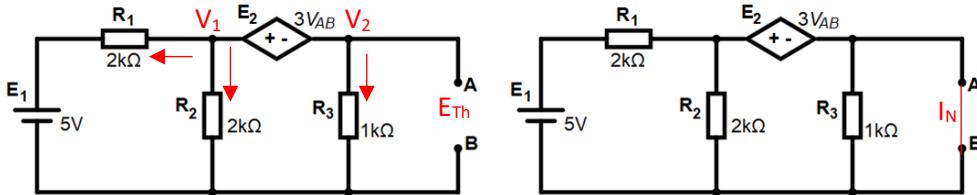
$$I_E = -0.00588571 = -5.9mA$$

$$I_F = 0.0048 = 4.8mA$$

$$I_0 = I_F - I_C = 4.8 - (-2.4) = 7.2mA$$

### Uppgift 3

We must find  $E_{Th}$  and  $I_N$  because of dependent source.



$$V_2 = V_{AB} = E_{Th}$$

$$-\frac{V_1 - 5}{R_1} - \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$-\frac{V_1}{2k} + \frac{5}{2k} - \frac{V_1}{2k} - \frac{V_2}{1k} = 0$$

$$-V_1 + 5 - V_1 - 2 \cdot V_2 = 0$$

$$\boxed{2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_2 = 5}$$

$$V_2 + 3V_{AB} = V_1 \rightarrow V_2 + 3V_2 = V_1 \rightarrow \boxed{V_1 = 4V_2}$$

$$V_1 = 2V \text{ and } E_{Th} = V_2 = 0.5V$$

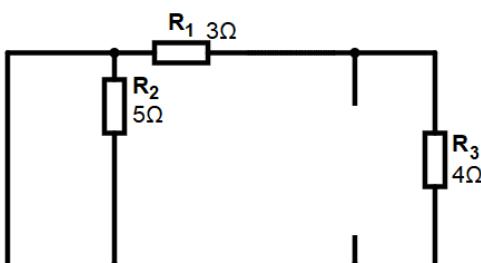
If we short A and B to calculate  $I_N$ , then  $V_2$  becomes 0, and also  $E_2$  is zero, as  $3V_{AB}=3*0=0$ . Therefore  $V_1$  also is 0, which means  $R_2$  and  $R_3$  are now shorted so  $I_N = E_1/R_1 = 5/2000 = 2.5mA$ .

Now we can find  $R_{Th}$  as  $E_{Th}/I_N = 0.5/2.5m = 200\Omega$ .

$$P_{max} = \frac{E_{Th}^2}{4 \cdot R_{Th}} = \frac{0.5^2}{4 \cdot 200} = 312.5\mu W$$

#### Uppgift 4

The voltage over L and  $R_3$  will be the same. Then we can find  $I_0$  as  $v_L(t)/R_3$ .



To find  $v_L(t)$  we need  $R_{Th}$ . After the switch is closed, the circuit will look like this to calculate  $R_{Th}$ .  $R_2$  is shorted, and  $R_1$  and  $R_3$  are in parallel. So  $R_{Th} = 3//4 = 1.714\Omega$ .

Voltage at the node above  $R_2$  and before  $R_1$  is 12V, so resistor  $R_2$  and  $E_2$  can be ignored.

$$R_{Total} = R_1 + R_3 = 7\Omega$$

$$I_{Total} = 12/7 = 1.714A$$

$$E_{Th} = VR_3 = I_{Total} \cdot R_3 = 1.714 \cdot 4 = 6.857V$$

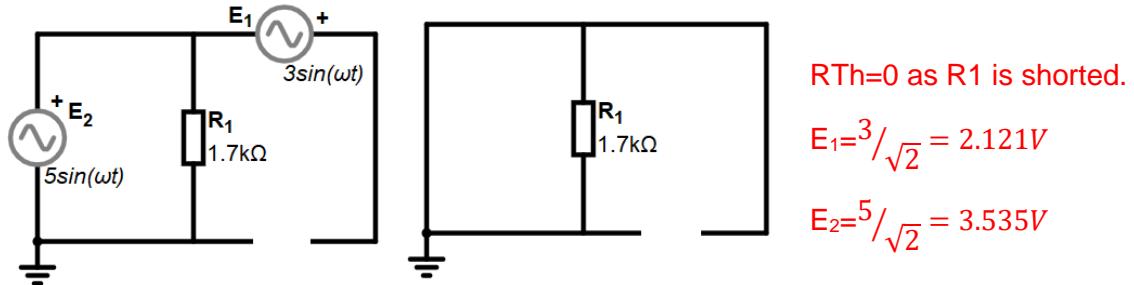
$$v_L(t) = E_{Th} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(t) = \frac{E_{Th}}{R_3} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E_{Th}}{R_3} \cdot e^{-\frac{t}{R_{Th}}} = \frac{6.857}{4} \cdot e^{-\frac{t}{0.1/1.714}}$$

$$\boxed{i_L(t) = 1.714 \cdot e^{-\frac{t}{0.058}}}$$

#### Uppgift 5

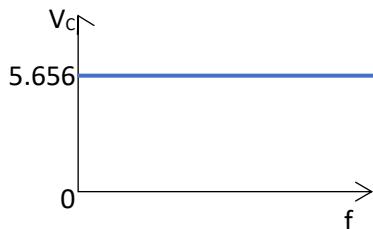
Because all calculations are about C1, it is wise to create simplified circuit equivalent (Thevenin).



$$E_{Th} = E_1 + E_2 = 5.656V$$

As there is no other components except voltage source and a capacitor, it means that  $V_C = E_{Th} = 5.656V$  despite the frequency.

So  $V_C(50Hz) = 5.656V$ ,  $V_C(\infty Hz) = 5.656V^1$  and there is no breaking point.



### Uppgift 6

$$X_{C_1} = \frac{1}{200 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 200\Omega$$

$$X_{L_1} = 200 \cdot 1 = 200\Omega$$

$$X_{L_2} = 200 \cdot 1.25 = 250\Omega$$

$$E_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} \angle 10^\circ = 3.535 \angle 10^\circ$$

Since  $X_{C_1}$  and  $X_{L_1}$  are in series they cancel each other. So  $V_{L_2} = E_1$  and  $I_{L_2} = \frac{E_1}{X_{L_2}}$ .

$$v_{L_2} = 5 \sin(200t + 10^\circ)$$

$$I_{L_2} = \frac{3.535 \angle 10^\circ}{250 \angle 90^\circ} = 0.014 \angle 10^\circ - 90^\circ = 0.014 \angle -80^\circ$$

$$i_{L_2} = 0.02 \sin(200t - 80^\circ)$$

<sup>1</sup> Practically at  $f=\infty Hz$ , other environments will affect the circuit, and the  $V_C$  will be different.

## Uppgift 6

Del 1:  $P=50\text{kW}$ ,  $Q=40\text{kVAR}$  (inductive),  $S=\sqrt{P^2 + Q^2}=64031\text{VA}$

Del 2:  $P=40\text{kW}$ ,  $S=P/\cos\Theta=40\text{kW}/0.8=50\text{kVA}$ ,  $Q=\sqrt{S^2 - P^2}=30\text{kVAR}$  (inductive)

Del 3:  $P=10\text{kW}$ ,  $Q=-12\text{kVAR}$  (capacitive),  $S=\sqrt{P^2 + Q^2}=15621\text{VA}$

$$P_{\text{total}}=50\text{k}+40\text{k}+10\text{k}=100\text{kW}$$

$$Q_{\text{total}}=40\text{k}+30\text{k}-12\text{k}=58\text{kW}$$

$$S_{\text{total}}=\sqrt{P^2 + Q^2}=115602\text{VA}$$

$$\cos\Theta= P_{\text{total}}/S_{\text{total}}=100/115.602=0,865 \text{ (inductive)}$$

$$S_{\text{wanted}}= P_{\text{total}}/0,95=105263\text{VA}$$

$$Q_{\text{wanted}}=\sqrt{S^2 - P^2}=32868\text{VAR}$$

$$\Delta Q=58000-32868=25132\text{VAR}$$

$$X_C = \frac{230V^2}{\Delta Q} = \frac{230V^2}{25132} = 2.10492\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 2.10492} = 1.5mF$$