



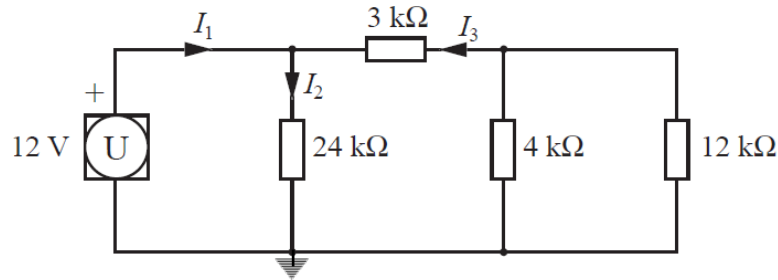
KTH Teknik och hälsa

Tentamen

Kurs:	Ellära
Kursnummer:	HE1027
Moment:	TEN1
Program: åk:	Elektroteknik åk1 (TIELA1) Medicinsk teknik åk1 (TIMEL1)
Examinator:	Elias Said
Rättande lärare:	Elias Said
Datum: Tid:	2017-03-16 kl. 8:00 – 12:00
Hjälpmedel:	Utdelat formelblad samt räknare.
Omfattning och betygsgränser	Tentamen består av 7 uppgifter. För godkänt krävs 10 poäng av totalt 24 möjliga poäng. Betygsgränser: För betyg A, B, C, D, E krävs 22, 19, 16, 13 respektive 10 poäng. För betyget Fx krävs 9 poäng. <i>Fx är underkänt betyg, men med möjlighet till komplettering. Om kompletteringen är godkänd rapporteras betyget E, annars rapporteras F.</i>
Övrig information:	- Namn och personnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper. - Blad- och uppgiftsnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper. - Lämna endast in en uppgift på varje papper. - Redovisade lösningar skall vara fullständiga och lätta att följa. - Tydliga kommentarer.

Uppgift 1. [4p] (Denna uppgift kan du som är godkänd på KS hoppa över)

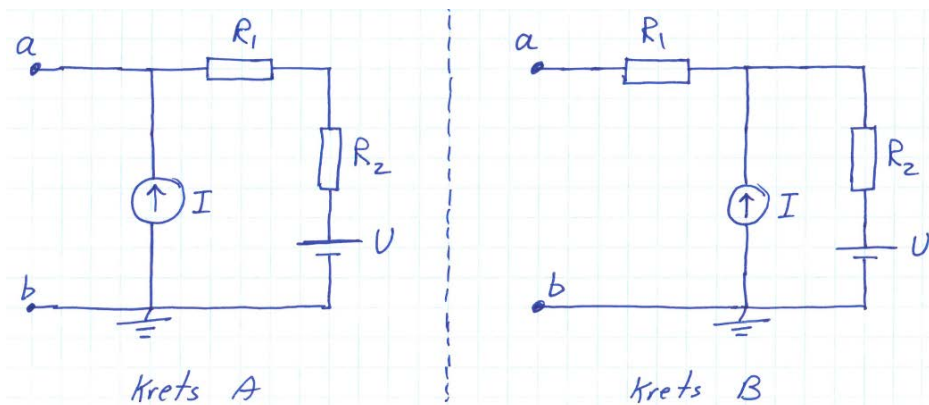
Beräkningar skall utföras på nedanstående krets.



- Beräkna strömmarna I_1 , I_2 och I_3 . (2p)
- Bestäm effektutveckling hos 12 kΩ-resistorn. (2p)

Uppgift 2. [4p]

De nedanstående kretsarna innehåller samma komponenter med ihopkopplade på olika sätt. Låt $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $I = 2 A$ och $U = 10 V$.



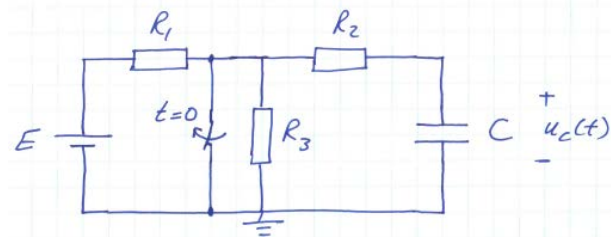
- Vilket värde skall lastresistansen ha om den kopplas mellan terminalerna a och b för att erhålla den maximala möjliga effekten från kretsen A och kretsen B. [1p]
- Bestäm förhållandet $\frac{P_{\max(A)}}{P_{\max(B)}}$ där $P_{\max(A)}$ och $P_{\max(B)}$ är de maximala effekterna som kretsarna A respektive B kan leverera till lastresistansen. [3p]

Uppgift 3. [3p]

Kondensatorn C i kretsen har kapacitansen $10 \mu F$. Strömställaren har varit sluten lång tid före $t = 0$ då den öppnas.

Låt $R_1 = 60 k\Omega$, $R_2 = 30 k\Omega$, $R_3 = 30 k\Omega$, och $E = 24 V$.

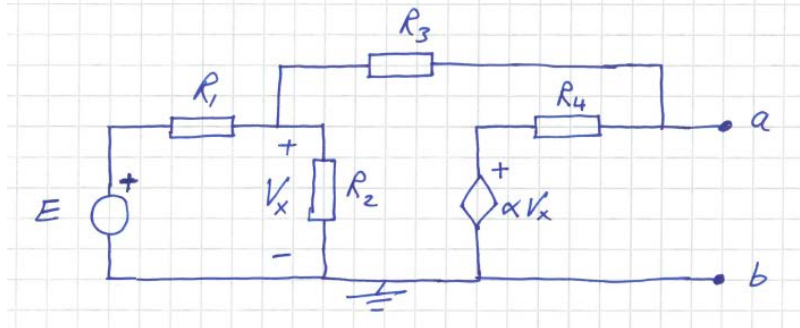
- Bestäm spänningen över kondensatorn efter lång tid (efter $t = 0$). [1p]



- Beräkna hur lång tid (efter $t = 0$) det tar tills kondensatorspänningen når 3V. [2p]

Uppgift 4. [4p]

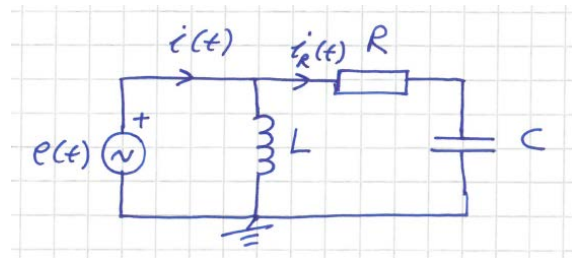
I följande krets har den beroende spänningskällan spänningen αV_x , där $\alpha = 2$ och V_x är spänningen över motståndet R_2 markerad i kretsen.



Låt terminal b vara jordad, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 1\Omega$ samt $E = 1V$ och bestäm Thévenins ekvivalent krets med avseende på terminalerna a och b.

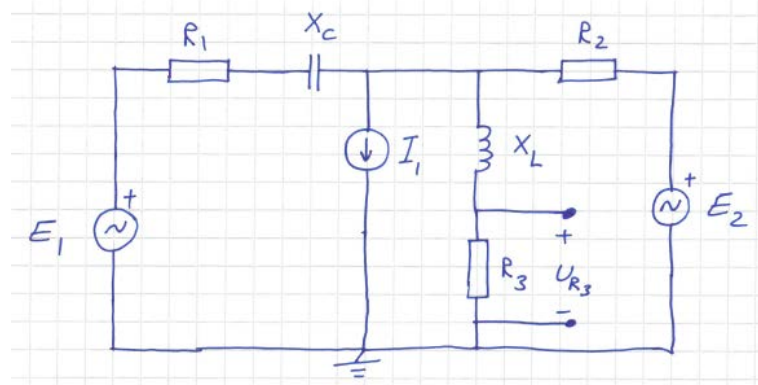
Uppgift 5. [2p]

En växelspänningskälla med källspänning $e(t)$ matar med frekvensen $f = 7\text{ kHz}$ en induktor $L = 32\text{ mH}$ i parallell med en resistor $R = 1,5\text{ k}\Omega$ seriekopplad med en kondensator $C = 20\text{ nF}$. Se figuren. Beloppet av strömmen genom resistor, $|i_R(t)|$ mäts till 10 mA . Bestäm källspänningen $e(t)$ och strömmen $i(t)$ (markerad i kretsen).



Uppgift 6. [4p]

Bestäm spänningsfallet över resistansen R_3 , i kretsen nedan. Ange svaret på polär form.



Komponenterna i kretsen har följande värden:

$$R_1 = 2\Omega, \quad R_2 = 1\Omega, \quad R_3 = 2\Omega$$

$$X_C = 1\Omega, \quad X_L = 2\Omega$$

$$V_1 = 12V \angle 0^\circ, \quad V_2 = 4V \angle 0^\circ, \quad I_1 = 2A \angle 0^\circ$$

Uppgift 7. [3p]

I en anläggning finns tre belastningar parallellt inkopplade till spänningen 415 V, 50 Hz. Belastningar är märkta med följande:

Belastning 1: 40 kVA, $\cos \varphi_1 = 0,75$ (L)

Belastning 2: 5 kVA, $\cos \varphi_2 = 1$

Belastning 3: 10 kVA, $\cos \varphi_3 = 0,9$ (C)

Beräkna kapacitansen C hos den kondensatorn som ska kopplas in parallellt med anläggningen för att åstadkomma en fullständig faskompensering (effektfaktorn = 1).
Beräkna även den strömmen som nu matar anläggningen, dvs. efter faskompenseringen.

Uppg. 8 + 1

a) $I_2 = \frac{12V}{24k\Omega} = 0,5mA$

$$R_{ers} = \left(3 + \frac{4 \cdot 12}{4 + 12}\right)k\Omega = 6k\Omega$$

$$\Rightarrow -I_3 = \frac{12V}{6k\Omega} = 2mA \Rightarrow I_3 = -2mA$$

- tecken pga. den angivna strömriktningen.

$$I_1 = I_2 - (-I_3) = 2,5mA$$

b) Spänningsdelning mellan $3k\Omega$ och $4k\Omega // 12k\Omega$ är

$$U = 12V \cdot \frac{4k\Omega // 12k\Omega}{3k\Omega + 4k\Omega // 12k\Omega} = 12V \cdot \frac{1}{2} = 6V$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{12k\Omega} = 3mW$$

Uppgift 2

a) Krets A

Ersätt spänningskällan med en kortslutning och strömkällan med ett avbrott

$\Rightarrow$ Den totala resistansen mellan terminalerna a och b är R_{ab}

$R_{ab} = R_1 + R_2 = R_L$ för att erhålla maximal effektutveckling.

$\Rightarrow$ Samma gäller för krets B.

$$R_L = R_1 + R_2 = 1\Omega + 2\Omega = 3\Omega$$

b) $P_{\max} = \frac{E^2}{4R_L}$ där E är Tomgångsspänning för kretsarna A och B.

• Krets A:

$$\frac{V_a - U}{R_1 + R_2} + I = 0 \Rightarrow V_a \left(\frac{1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{U}{R_1 + R_2} + I$$

Insatta värden ger: $V_a \cdot \frac{1}{16\Omega} = \frac{10}{3} + 2$

$$\Rightarrow V_a = 10 + 6 = 16\text{ V} = U_{ab}(\text{Krets A})$$

$$\Rightarrow P_{\max(A)} = \frac{16^2}{4 \cdot 3} = \frac{64}{3} \text{ W}$$

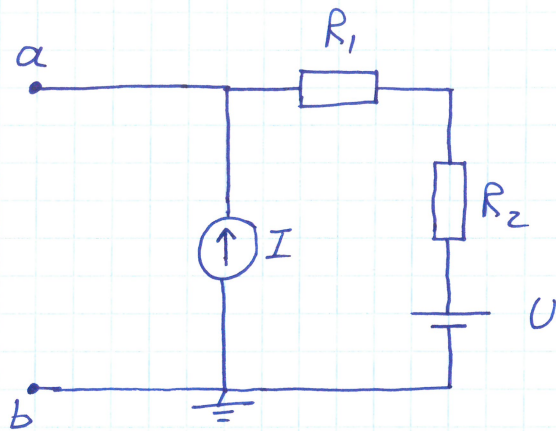
• Krets B:

$$\frac{V_a - U}{R_2} + I = 0 \Rightarrow V_a \left(\frac{1}{R_2} \right) - \frac{U}{R_2} + I = 0$$

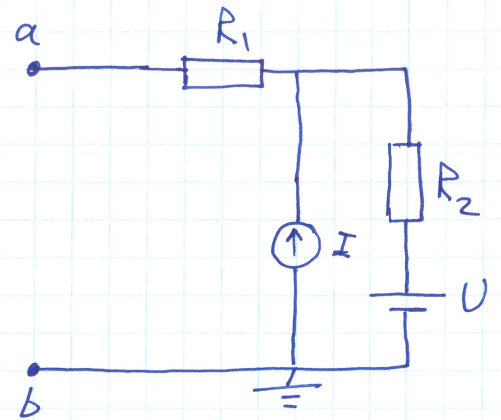
$$\frac{V_a}{2} = \frac{10}{2} + 2 \Rightarrow V_a = 10 + 4 = 14\text{ V} = U_{ab}(\text{Krets B})$$

$$P_{\max(B)} = \frac{14^2}{4 \cdot 2} = \frac{49}{2} \text{ W}$$

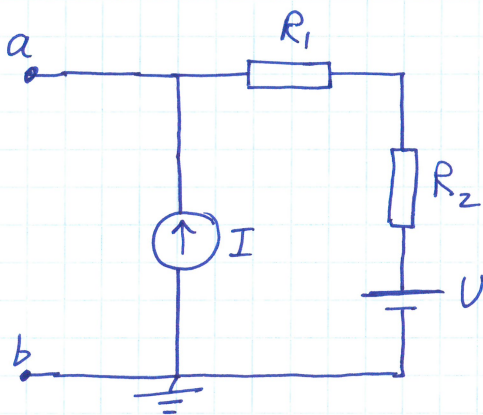
$$\Rightarrow \frac{P_{\max(A)}}{P_{\max(B)}} = \frac{\frac{64}{3}}{\frac{49}{2}} = \frac{64 \cdot 2}{3 \cdot 49} = \frac{128}{147} = 0,87$$



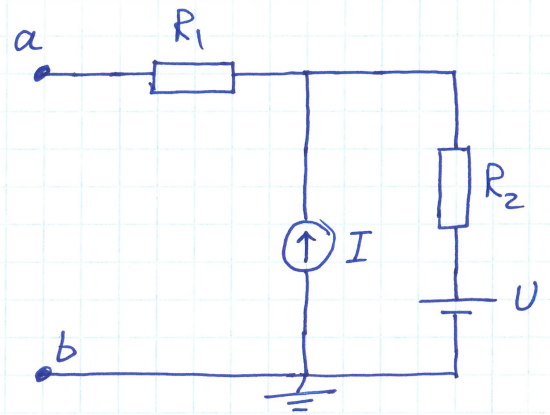
Krets A



Krets B

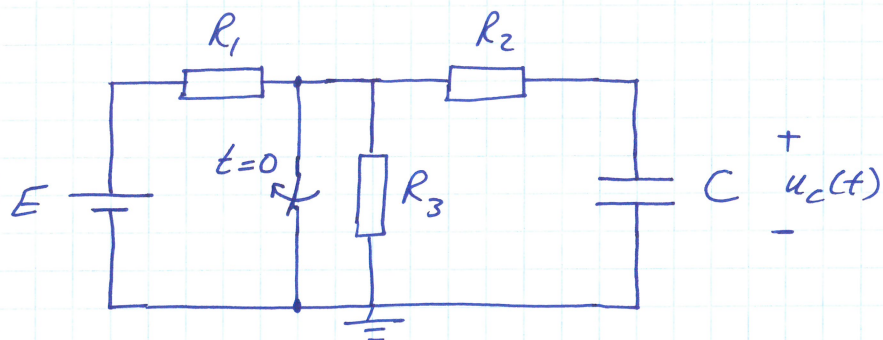


Krets A



Krets B

Uppgift 3



$$E = 24 \text{ V}$$

$$R_1 = 60 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 30 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \text{ }\mu\text{F}$$

- a) Efter lång tid efter att strömställaren varit öppen kommer kondensator att fungera som ett avbrott. dvs. kondensatorn ersätts med ett avbrott.

$$\Rightarrow u_C(t \rightarrow \infty) = U_{R_3} = E \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 24 \frac{30 \text{ k}}{60 \text{ k} + 30 \text{ k}} \text{ V}$$

$$U_{R_3} = 8 \text{ V}$$

- b) Kretsens tidskonstant $\tau = RC$ där

$$R = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = (R_1 // R_3) + R_2 = \frac{60 \text{ k} \cdot 30 \text{ k}}{60 \text{ k} + 30 \text{ k}} + 30 \text{ k}$$

$$R = 50 \text{ k} \Rightarrow \tau = 50 \text{ k} \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,5 \text{ s}$$

$$u_C(t) = 3 \text{ V} \quad u_C(t) = U_f + (U_i - U_f) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_i = 0 \text{ V} \quad U_f = 8 \text{ V}$$

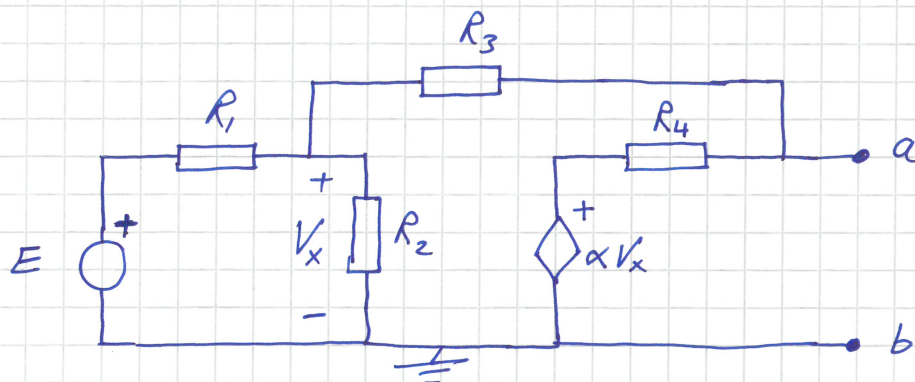
$$3 = 8 + (0 - 8) e^{-\frac{t}{0,5}} \Leftrightarrow 3 - 8 = -8 e^{-\frac{t}{0,5}}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{t}{0,5}} = \frac{5}{8} \Rightarrow -\frac{t}{0,5} = \ln \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow t = -0,5 \ln \frac{5}{8} = 0,235 \text{ s}$$

$$\text{SVAR: } t = 0,24 \text{ s}$$

Uppgift 4



Låt $\alpha = 2$, $E = 1V$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 1\Omega$$

$$R_{Th} = \frac{U_{Th}}{I_N} \quad \text{där } U_{Th} \text{ är tomgångsspänning}$$

I_N är kortslutningsströmmen

• Beräkning av U_{Th} :

Nodanalys: • $\frac{V_1 - E}{R} + \frac{V_1}{R} + \frac{V_1 - V_a}{R} = 0$

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)V_1 - \frac{1}{R}V_a = \frac{E}{R} \Rightarrow \frac{3}{R}V_1 - \frac{1}{R}V_a = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{3V_1 - V_a = E} \Rightarrow \boxed{3V_1 - V_a = 1} \quad (1)$$

• $\frac{V_a - V_1}{R} + \frac{V_a - \alpha V_x}{R} = 0$, $V_x = V_1$

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)V_a - \frac{1}{R}V_1 - \frac{\alpha}{R}V_1 = 0 \Rightarrow \frac{2}{R}V_a - \frac{1+\alpha}{R}V_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{2V_a - (1+\alpha)V_1 = 0} \Rightarrow \boxed{2V_a - 3V_1 = 0} \quad (2)$$

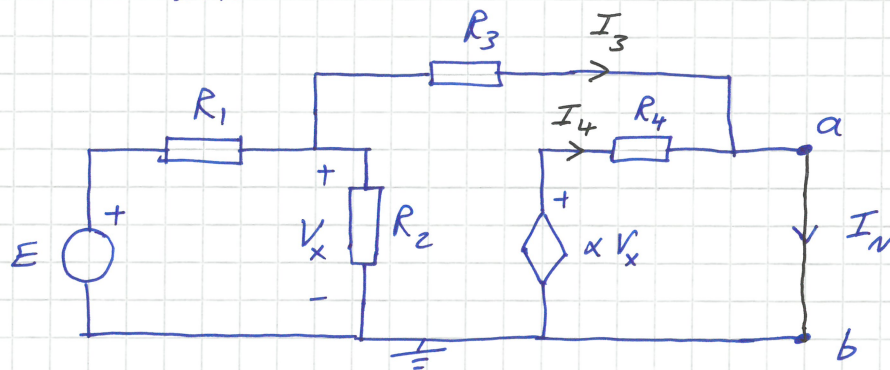
(2) ger $V_1 = \frac{2}{3}V_a$

(1) ger $3 \cdot \frac{2}{3}V_a - V_a = 1 \Rightarrow \boxed{V_a = 1V = U_{Th}}$

Uppgift 4 fortsättning

Bestämning av I_N :

Terminalerna kortsluts:



Nodanalys ger: $V_a = 0$ nu.

$$\frac{V_1 - E}{R} + \frac{V_1 - 0}{R} + \frac{V_1 - 0}{R} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)V_1 = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{R}V_1 = \frac{E}{R} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{E}{3} = \frac{1}{3} \text{ V}}$$

$\Rightarrow$ Strömmen genom R_3 är $I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{1}{3} \text{ A}$

Strömmen genom R_4 är via potentialvarning
från terminal b till terminal a:

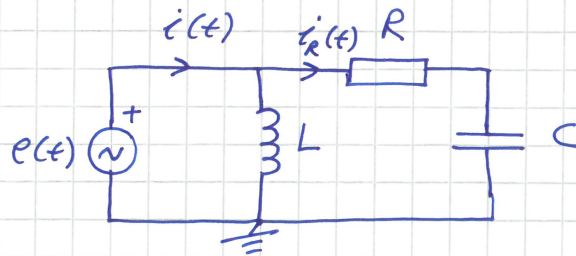
$$0 + \alpha V_x - I_4 R_4 = 0, \quad V_x = V_1$$

$$I_4 = \frac{\alpha V_x}{R_4} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{1} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

Kortslutningsströmmen: $I_N = I_3 + I_4 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \text{ A}$

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_N} = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 1 \Omega$$

Uppgift 5



$$L = 32 \text{ mH} \quad , \quad C = 20 \text{ nF} \quad , \quad R = 1,5 \text{ k}\Omega$$

$$|i_R(t)| = 10 \text{ mA} \quad , \quad f = 7 \text{ kHz}$$

Valj strömmen genom R som referens
dvs. $i_R(t) = 10 \text{ m} \sin(\omega t)$

$$\text{Komplex beräknings schema: } I_R = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ mA} \angle 0^\circ$$

$$U_R = Z_R \cdot I_R = 1,5 \text{ k}\Omega \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ mA} \angle 0^\circ = \frac{45}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$U_C = Z_C \cdot I_R = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ mA} \angle 0^\circ = -11,4 \text{ j}$$

$$E = U_R + U_C = \frac{45}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle 0^\circ + \frac{11,4}{\sqrt{2}} \angle -90^\circ$$

$$E = \frac{18,8}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle -37,23^\circ$$

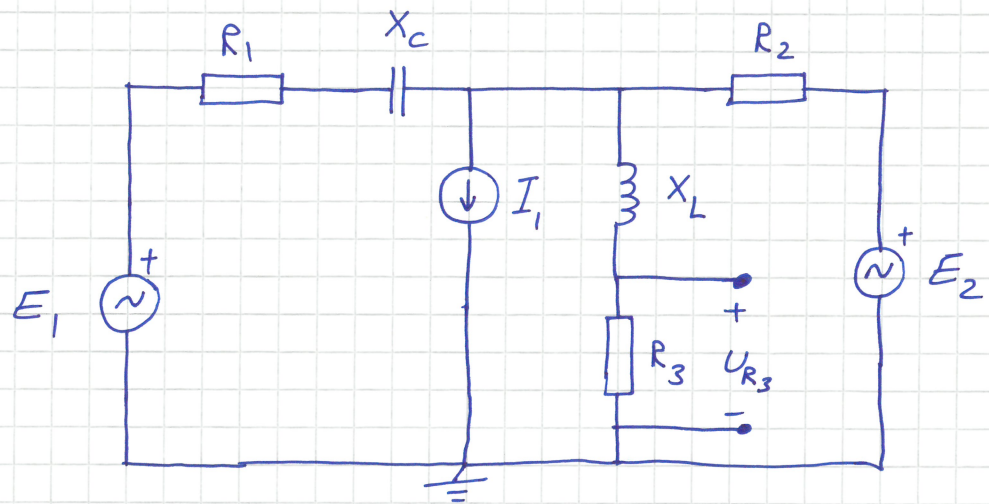
$$\Rightarrow e(t) = 18,8 \sin(\omega t - 37,2^\circ) \quad [\text{V}]$$

$$I_L = \frac{E}{Z_L} = \frac{E}{j\omega L} = 13,39 \text{ mA} \angle -127,2^\circ$$

$$\begin{aligned} I &= I_L + I_R = 13,39 \text{ mA} \angle -127,2^\circ + \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ mA} \angle 0^\circ \\ &= \frac{10,8}{\sqrt{2}} \text{ mA} \angle -80^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow i(t) = 10,8 \text{ m} \sin(\omega t - 80^\circ) \quad [\text{A}]$$

Uppgift 6



$$R_1 = 2\Omega, \quad R_2 = 1\Omega, \quad R_3 = 2\Omega$$

$$X_C = 1\Omega, \quad X_L = 2\Omega$$

$$E_1 = 12V \angle 0^\circ$$

$$E_2 = 4V \angle 0^\circ$$

$$I_1 = 2A \angle 0^\circ$$

Nodanalys ger

$$\frac{V - E_1}{R_1 - jX_C} + I_1 + \frac{V}{R_3 + jX_L} + \frac{V - E_2}{R_2} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{R_1 - jX_C} + \frac{1}{R_3 + jX_L} + \frac{1}{R_2} \right) V = \frac{E_1}{R_1 - jX_C} + \frac{E_2}{R_2} - I_1$$

Lösningen av ekvationen ger: ~~$V = 4.37V \angle 21.18^\circ$~~

$$V = 4.37V \angle 21.18^\circ$$

Spänningsdelning ger spänningen över R_3

$$U_{R_3} = V \cdot \frac{R_3}{R_3 + jX_L} = \text{~~resultat~~}$$

$$= 3.09V \angle -23.8^\circ$$

SVAR

Uppgift 7

	$ S = UI$	$P = UI \cos \phi$	$Q = UI \sin \phi$
Belastning 1 :	40 kVA	30 kW	26,46 kVAR (L)
Belastning 2 :	5 kVA	5 kW	0
Belastning 3 :	10 kVA	9 kW	4,36 kVAR (C)

Totala aktiva effekter $P_{\text{total}} = (30 + 5 + 9) \text{ kW} = 44 \text{ kW}$

Totala reaktiva effekter $Q_{\text{total}} = (26,46 + 0 - 4,36) \text{ kVAR}$
 $= 22,1 \text{ kVAR (L)}$

Faskompensering med $Q = 22,1 \text{ kVAR (C)}$

$$Q = \frac{V^2}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{V^2}{Q} = \frac{415^2}{22,1 \text{ k}} = 7,79 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = X_C \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 7,79}$$

$$C = 4,08 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 408 \mu\text{F}$$

Strömmen efter faskompensering :

$$I = \frac{|S|}{415\text{V}} = \frac{44 \text{ kW}}{415\text{V}} = 106 \text{ A}$$

Skenbar effekt blir helt reell storhet.