



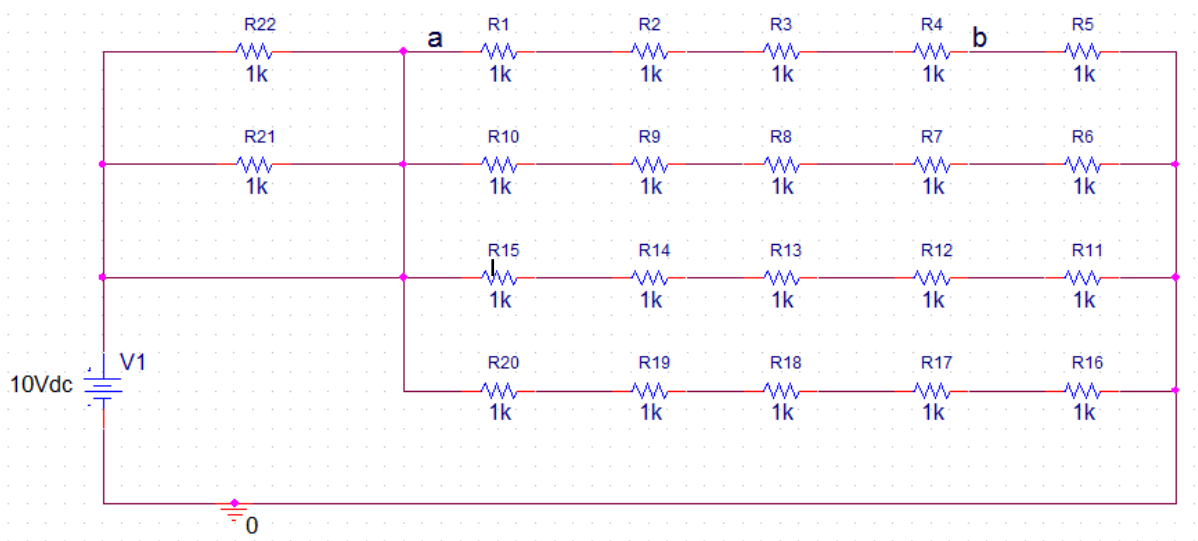
KTH Teknik och hälsa

Tentamen

Kurs:	Ellära
Kursnummer:	HE1027
Moment:	TEN1
Program: åk:	Elektroteknik åk1 (TIELA) Medicinsk teknik åk1 (TIMEL)
Examinator:	Elias Said
Rättande lärare:	Elias Said
Datum: Tid:	2018-03-12 kl. 14:00 – 18:00
Hjälpmedel:	Utdelat formelblad samt räknare.
Omfattning och betygsgränser	Tentamen består av 7 uppgifter. För godkänt krävs 10 poäng av totalt 24 möjliga poäng. Betygsgränser: För betyg A, B, C, D, E krävs 22, 19, 16, 13 respektive 10 poäng. För betyget Fx krävs 9 poäng. <i>Fx är underkänt betyg, men med möjlighet till komplettering. Om kompletteringen är godkänd rapporteras betyget E, annars rapporteras F.</i>
Övrig information:	- Namn och personnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper. - Blad- och uppgiftsnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper. - Lämna endast in en uppgift på varje papper. - Redovisade lösningar skall vara fullständiga och lätta att följa. - Tydliga kommentarer.

Uppgift 1. [4p] (Denna uppgift kan du som är godkänd på KS hoppa över)

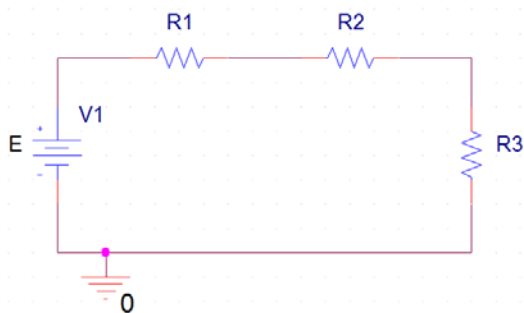
Beräkningar skall utföras på nedanstående krets.



- Beräkna den totala strömmen. (2p)
- Bestäm effektutveckling, dvs. den totala förbrukade effekten hos resistorerna R_1 , R_2 , R_3 och R_4 mellan punkterna a och b (markerade i kretsen). (2p)

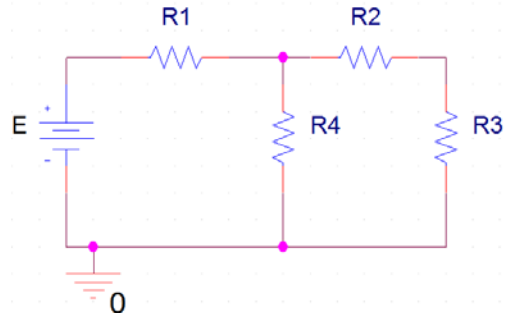
Uppgift 2. [4p]

Betrakta nedanstående kretsarna, krets A och krets B.



Krets A:

$$E = 10 \text{ V}, \quad R_1 = 2 \text{ M}\Omega, \quad R_2 = 40 \text{ k}\Omega$$



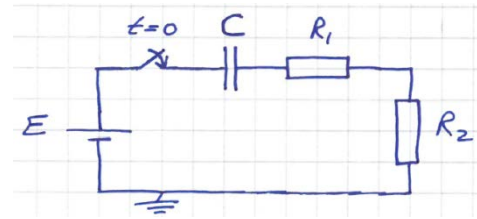
Krets B:

$$E = 10 \text{ V}, \quad R_1 = 2 \Omega, \quad R_2 = 2 \Omega, \quad R_3 = 3 \Omega$$

- Spänningsfallet över resistorn R_3 i krets A mäts med en voltmeter med inre resistans på $10 \text{ M}\Omega$. Bestäm resistansen av resistorn R_3 om det uppmätta spänningsfallet U_{R_3} är $6,85 \text{ V}$. (2p)
- När amperemeter med inre resistans på 4Ω kopplas i krets B för att mäta strömmen genom resistorn R_4 blir spänningsfallet över resistorn R_1 $4,23 \text{ V}$. Bestäm resistansen av resistorn R_4 . (2p)

Uppgift 3. [2p]

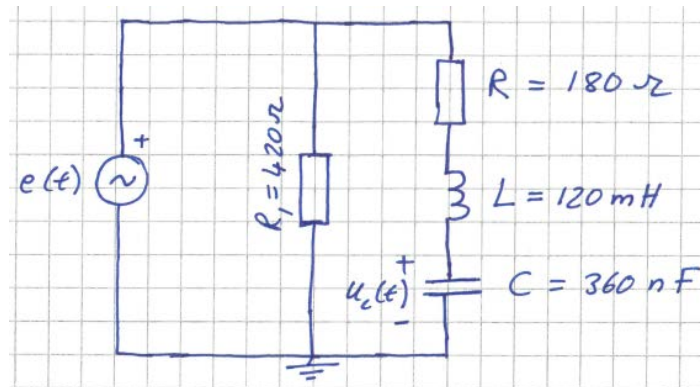
Vid tiden $t = 0$ sluts kontakten mellan spänningskällan $E = 10 \text{ V}$ och kondensatorn $C = 22 \mu\text{F}$ som är seriekopplad med resistorena $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ och $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$ i kretsen bredvid.



- Ställ upp ett uttryck för strömmen $i(t)$ genom kretsen för $t > 0$. (1p)
- Efter hur lång tid är spänningen över resistorn R_2 , $U_{R2} = 3 \text{ V}$? (1p)

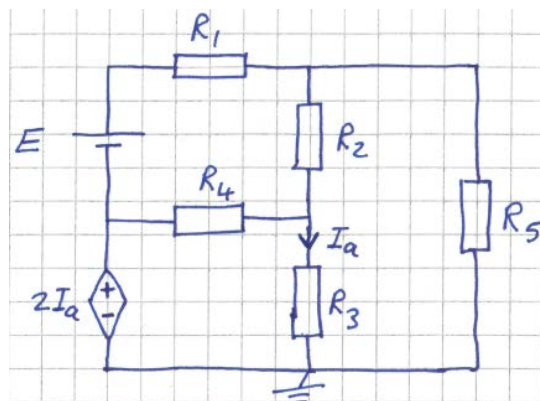
Uppgift 4. [2p]

Spänningsfallet över kondensatorn är $u_C(t) = 12 \sin(\omega t) \text{ V}$ i nedanstående nät. Bestäm spänningen $e(t)$ av spänningskällan. Frekvensen av den applicerade spänningen är 600 Hz .



Uppgift 5. [4p]

Kretsen nedan innehåller en beroende spänningskälla med källspänningen $2I_a$ där I_a är strömmen genom resistorn R_3 (markerad i kretsen). Bestäm denna ström, dvs. strömmen I_a genom resistorn R_3 .

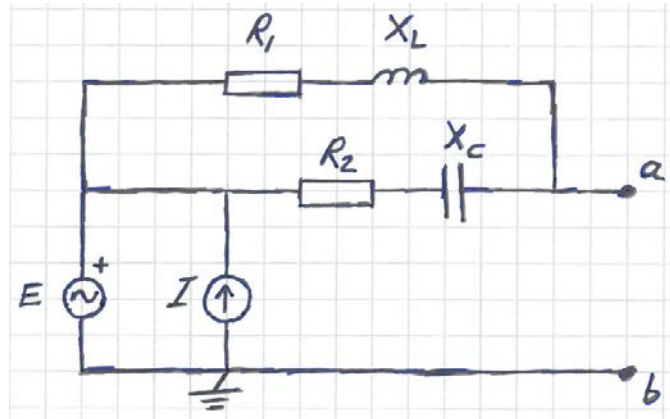


Komponenterna i kretsen har följande värde:

$$E = 60 \text{ V}, \quad R_1 = 5 \Omega, \quad R_2 = 15 \Omega, \quad R_3 = 50 \Omega, \quad R_4 = 10 \Omega, \quad R_5 = 25 \Omega$$

Uppgift 6. [4p]

Bestäm Thévenins ekvivalent krets med avseende på terminalerna a och b i kretsen nedan.



Komponenterna i kretsen har följande värden:

$$R_1 = 4 \Omega, \quad X_L = 2 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega, \quad X_C = 3 \Omega$$

$$E = 20 V \angle 0^\circ, \quad I = 4 A \angle -90^\circ$$

Uppgift 7. [4p]

I en anläggning finns två belastningar parallellt inkopplade till spänningen 230 V, 50 Hz. Dessa är en induktor märkt $R = 15 \Omega$ och $L = 50 \text{ mH}$ samt en motor märkt $P = 1,0 \text{ kW}$ och $\cos \varphi_M = 0,70$ (induktiv).

- Beräkna den i induktorn utvecklade aktiva och reaktiva effekten. (2p)
- Beräkna kapacitansen C hos den kondensatorn som ska kopplas in parallellt med anläggningen för att åstadkomma en fullständig faskompensering (effektfaktorn = 1). Beräkna även den ström som nu matar anläggningen, dvs. efter faskompenseringen. (2p)

Lösningsförslag

Uppgift 1

a) Varje gren har total resistans $5k\Omega$
 $\Rightarrow$ Total resistans ges hela kretsen

$$R_{\text{total}} = 5k // 5k // 5k // 5k \\ = 2,5k // 2,5k = 1,25k\Omega$$

Notera att R_{21} och R_{22} är kortslutna

$$\Rightarrow I_{\text{total}} = \frac{10V}{1,25k} = 8 \text{ mA} //$$

b) I samma gren har alla resistorer samma spänningsfall dvs. $2V$

$$\Rightarrow \text{potential i a är } V_a = 10V$$

$$\Rightarrow V_b = V_a - 2V - 2V - 2V - 2V$$

$$V_b = 10 - 8 = 2V$$

$$\Rightarrow V_{ab} = 10V - 2V = 8V$$

$$P_{ab} = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{8^2}{4k} = 16 \text{ mW} //$$

Uppg. ft 2

a)
$$U_{R_3} = E \frac{R_3 // R_n}{R_1 + R_2 + R_3 // R_n}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{R_3}}{E} = \frac{R_3 // R_n}{R_1 + R_2 + R_3 // R_n}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{R_3}}{E} (R_1 + R_2) + \frac{U_{R_3}}{E} R_3 // R_n = R_3 // R_n$$

$$\Rightarrow \frac{U_{R_3}}{E} (R_1 + R_2) = R_3 // R_n \left(1 - \frac{U_{R_3}}{E} \right)$$

$$\Rightarrow R_3 // R_n = \frac{\frac{U_{R_3}}{E} (R_1 + R_2)}{1 - \frac{U_{R_3}}{E}}$$

$$R_3 // R_n = \frac{\frac{6,85}{10} \cdot (2M + 40k)}{1 - \frac{6,85}{10}} = 4,436 M\Omega$$

$$\bullet R_3 // R_n = \frac{R_3 R_n}{R_3 + R_n}$$

$$\Rightarrow R_3 // R_n (R_3 + R_n) = R_3 R_n$$

$$R_3 // R_n \cdot R_n = R_3 (R_n - R_3 // R_n)$$

$$R_3 = \frac{R_3 // R_n \cdot R_n}{R_n - R_3 // R_n} = \frac{4,436 M \cdot 10 M}{10 M - 4,436 M}$$

$$\Rightarrow R_3 = 7,97 M\Omega \approx 8,0 M\Omega //$$

Uppg. 2

$$\underline{b)} \quad U_{R_1} = 4.23 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_{R_1} = \frac{4.23 \text{ V}}{2 \Omega} = 2.115 \text{ A}$$

$\Rightarrow$ Spänningsfallet över R_4 i serie med amperemeterns inre resistans blir $10 \text{ V} - 4.23 \text{ V} = 5.77 \text{ V}$

Potentialvandring:

$$0 + U_{R_4} + U_{R_A} = 5.77 \text{ V} = U_{R_{23}}$$

$$\Rightarrow I_{R_{23}} = \frac{5.77 \text{ V}}{2 \Omega + 3 \Omega} = 1.154 \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_{R_4} = I_{R_1} - I_{R_{23}} = 2.115 - 1.154$$
$$I_{R_4} = 0.961 \text{ A}$$

$$\Rightarrow U_{R_A} = I_{R_4} \cdot R_A = 0.961 \text{ A} \cdot 4 \Omega$$

$$U_{R_A} = 3.844 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_{R_4} = 5.77 \text{ V} - 3.844 \text{ V} = 1.926 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \cancel{R_4} \quad R_4 = \frac{1.926 \text{ V}}{0.961 \text{ A}} = 2.0 \Omega$$

Uppgift 3

- Tids konstant $\tau = (R_1 + R_2)C$

$$\tau = (10 + 15)k \cdot 22 \mu = 0,55 s$$

a) $i(t) = I_{max} e^{-\frac{t}{\tau}}$, $I_{max} = \frac{E}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow i(t) = 0,4 \text{ mA} e^{-\frac{t}{0,55}}$$

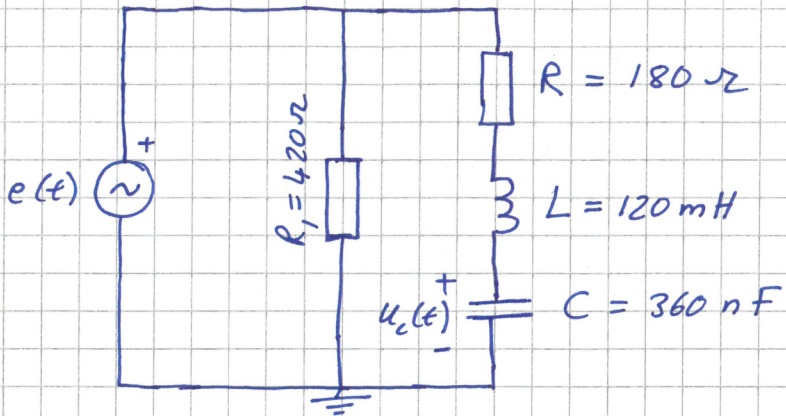
- b) Spänningen över R_2 är $U_{R_2} = R_2 i(t)$

$$U_{R_2}(t) = 15k \cdot 0,4 \text{ mA} e^{-\frac{t}{0,55}} = 3V$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{0,55} = \ln \frac{3}{6}$$

$$\Rightarrow t = 0,38 s$$

Uppsift 4



$$u_c(t) = 12 \sin(\omega t) \text{ [V]}, \quad f = 600 \text{ Hz.}$$

$$u_c(t) \rightarrow U_c = \frac{12}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$I_c = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12 \text{ V} \angle 0^\circ}{\frac{1}{2\pi \cdot 600 \cdot 360 \cdot 10^{-9}} \angle -90^\circ}$$

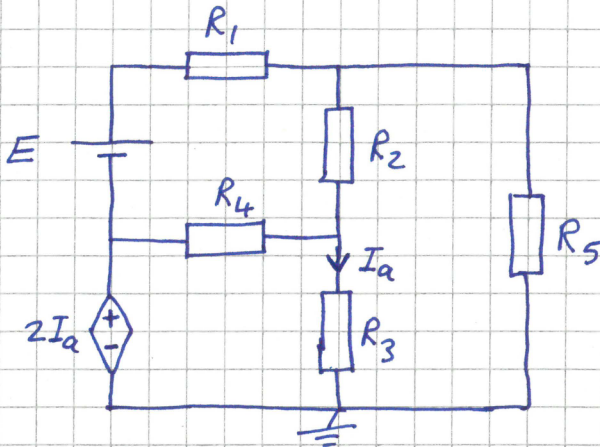
$$I_c = \frac{1}{\sqrt{2}} 0,01628 \text{ A} \angle 90^\circ$$

$$Z = R + Z_L + Z_C = 336,609 \angle -57,67^\circ$$

$$E = I_c \cdot Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 5,48 \angle 32,33^\circ$$

$$\Rightarrow e(t) = 5,48 \sin(\omega t + 32,3^\circ) \text{ [V]}$$

Uppgift 5



$$E = 60 \text{ V} , \quad R_1 = 5 \Omega , \quad R_2 = 15 \Omega$$
$$R_3 = 50 \Omega , \quad R_4 = 10 \Omega , \quad R_5 = 25 \Omega$$

Maskanalys ger:

$$\textcircled{1} \quad E - R_1 I_1 - R_2 (I_1 - I_3) - R_4 (I_1 - I_2) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{3 I_1 - I_2 - 1,5 I_3 = 6}$$

$$\textcircled{2} \quad 2 I_a - R_4 (I_2 - I_1) - R_3 (I_2 - I_3) = 0$$

$$I_a = I_2 - I_3 \quad \text{ger:}$$

$$\boxed{- I_1 + 5,8 I_2 - 4,8 I_3 = 0}$$

Uppgift 5 fortsättning

$$\textcircled{3} \quad -R_5 I_3 - R_3 (I_3 - I_2) - R_2 (I_3 - I_1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-1,5 I_1 - 5 I_2 + 9 I_3 = 0}$$

Lösning av ekvationssystemet :

$$I_1 = 3,536 \text{ A}$$

$$I_2 = 2,031 \text{ A}$$

$$I_3 = 1,718 \text{ A}$$

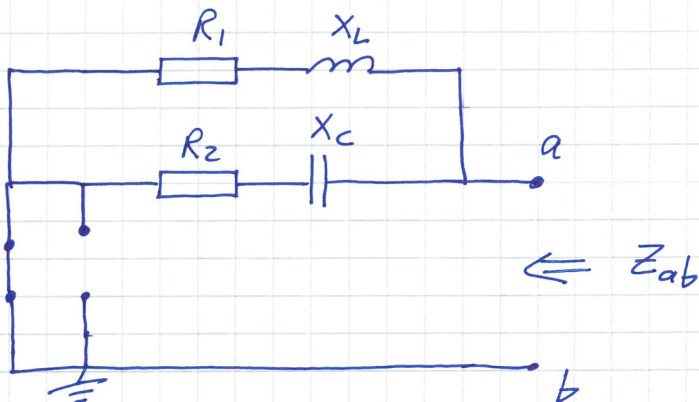
$$I_a = I_2 - I_3 = 0,31 \text{ A}$$

Uppgift 6

①

- Bestämning av Z_{Th}

oberoende källor $\Rightarrow$ nollställning
av både spänningskällan och ström-
källan.



$$Z_{ab} = Z_{Th} = Z_1 \parallel Z_2$$

$$Z_1 = R_1 + jX_L, \quad Z_2 = R_2 - jX_C$$

$$Z_1 = 4 + j2 = 4,47 \angle 26,57^\circ \text{ } [\Omega]$$

$$Z_2 = 1 - j3 = 3,16 \angle -71,57^\circ \text{ } [\Omega]$$

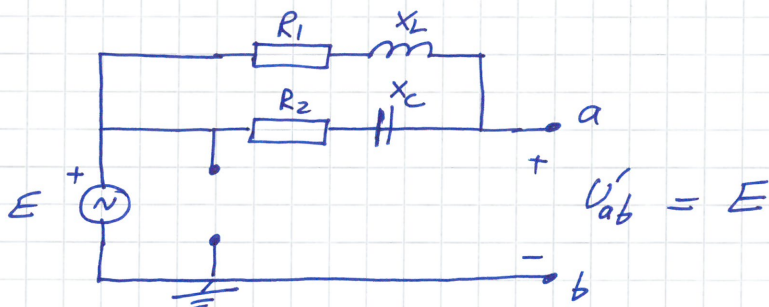
$$\Rightarrow Z_{Th} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = 2,77 \Omega \angle -33,7^\circ$$

(2)

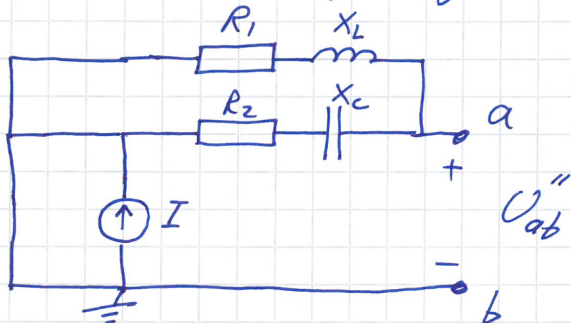
Uppgift 6 Fortsättning

- E_{Th} bestäms via superposition.

1] Nollställ strömkällan I .



2] Nollställ spänningskällan E .



strömkällan är kortsluten

$\Rightarrow$ Ingen ström flyter genom Z_1 och Z_2

$$\Rightarrow U''_{ab} = 0$$

$$3] \quad E_{Th} = U'_{ab} + U''_{ab} = \underline{\underline{E = 20V \angle 0^\circ}}$$

Uppgift 7.

a) Strömmen genom induktor $I_L = \frac{230 V \angle 0^\circ}{15 + j2\pi 50 \cdot 50m} = 10,59 A \angle -46,32^\circ$

Spänningen över R är

$$U_R = R \cdot I_L = 15 \Omega \cdot 10,59 A \angle -46,32^\circ = 158,85 V \angle -46,32^\circ$$

$$\Rightarrow P_R = |U_R| \cdot |I_L| \cdot \cos(0^\circ) = 158,85V \cdot 10,59A = 1,68 kW$$

Spänningen över L är

$$U_L = jX_L \cdot I_L = j2\pi 50 \cdot 50m \cdot 10,59 A \angle -46,32^\circ = 166,35 V \angle 43,68^\circ$$

$$\Rightarrow Q_L = |U_L| \cdot |I_L| \cdot \sin(90^\circ) = 166,35V \cdot 10,59A = 1,76 kVAr$$

b) Reaktiva effekten hos motorn: $Q_M = P_M \cdot \tan(\arccos 0,7) = 1,020 kVAr$

Totala reaktiv effekt: $Q_{Total} = Q_L + Q_M = (1,76 + 1,020) kVAr = 2,781 kVAr$

$$\Rightarrow |Q_C| = 2,781 kVAr \quad , \quad Q_C = \frac{230^2}{X_C} = \frac{230^2}{\frac{1}{2\pi f \cdot C}} \Rightarrow C = \frac{Q_C}{230^2 \cdot 2\pi f} = 0,167 mF$$

Strömmen efter faskompensering:

$$I = \frac{|S|}{E} = \frac{(1 + 1,68) kVA}{230V} = 11,65 A \quad (\text{Skenbar effekten blir helt reell storhet})$$