



KONTROLLSKRIVNING 2 – HT2020

Tillåtna hjälpmedel är ett A4-ark med egna anteckningar från kursen. Anteckningar får finnas på båda sidor av arket. Inlämning sker i form av fotograferade handskrivna lösningar i aktuell Quiz på kurswebben. Om ni av någon anledning inte kan scanna in en fil och måste mejla den till mig, ladda istället upp en platsmarkörsfil och mejla er lösning till mig. Jag kan inte rätta uppgifter som inte har uppladdade bildfiler och observera att om ni trycker på "skicka in"/"submit" så kan ni inte längre lämna in några lösningar. Om ni mejlar en lösning till mig måste också detta föregås av en diskussion med mig (ansvarig lärare) på skrivningens zoommöte.

Skrivtiden är de normala 1 timme och 45 minuter + 25-30 minuter extra tid för bildhantering & uppladdning, därför tillgängliggörs skrivningen 10-15 minuter innan 13.00 och sista ordinarie inlämningstid är 15.00. Observera att det som gäller är systemets tidsstämplar, så för att vara absolut säker är det bäst att lämna in senast några minuter innan 15.00.

Fullständig lösning krävs för att en uppgift ska anses korrekt behandlad.

2. Mängdlära – från del I av kursen, kan *inte* ingå i Muntlig tenta 2. Låt A, B, C vara tre godtyckliga mängder. Vad kan du säga om mängden

$$(A - (B \cup C)) \cap ((A \cap B) \cup (A \cap C))?$$

Bevisa ditt påstående utan att använda Venndiagram. (Men ett Venndiagram kan vara bra för att komma fram till vad den här mängden är för en mängd.)

4. Inledande talteori. Använd Euklides utvidgade algoritm för att finna alla heltal x som uppfyller

$$38x \equiv 56 \pmod{101}.$$

(Reducera ditt svar modulo 101.)

5. Relationer. Definiera relationen $\mathcal{R}$ på $\mathbb{Z}$ genom

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow (x+1)^2 \equiv (y-1)^2 \pmod{2}.$$

Är denna relation en ekvivalensrelation? I såfall, bevisa det. Om den inte är en ekvivalensrelation bevisa det.

Ledning: Försök att skriva om definitionen av relationen och använd att vi räknar modulo 2. Under modulo 2 gäller alltid att $t \equiv -t$ för alla tal/uttryck t ...

6. Fördjupad talteori. Visa med matematisk induktion att

$$\sum_{k=1}^n (k+1)(k+5) = \frac{1}{6}n(n+7)(2n+7)$$

för alla positiva heltal $n = 1, 2, 3, \dots$