



KONTROLLSKRIVNING 1 – HT2020

Tillåtna hjälpmedel är ett A4-ark med egna anteckningar från kursen. Anteckningar får finnas på båda sidor av arket. Inlämning sker i form av fotograferade handskrivna lösningar i aktuell Quiz på kurswebben. Om ni av någon anledning inte kan scanna in en fil och måste mejla den till mig, ladda istället upp en platsmarkörsfil och mejla er lösning till mig. Jag kan inte rätta uppgifter som inte har uppladdade bildfiler och observera att om ni trycker på "skicka in"/"submit" så kan inte längre lämna in några lösningar. Om ni mejlar en lösning till mig måste också detta föregås av en diskussion med mig (ansvarig lärare) på skrivningens zoommöte.

Skrivtiden är de normala 1 timme och 45 minuter + 25-30 minuter extra tid för bildhantering & uppladdning, därför tillgängliggörs skrivningen 10-15 minuter innan 13.00 och sista ordinarie inlämningstid är 15.00.

1. Logik. Är följande slutledning giltig? Om den är riktig, visa hur slutsatsen följer av premisserna genom att ange alla slutledningsregler som används för att komma till slutsatsen. Om slutledningen inte är giltig, ange tilldelningar av sanningsvärden till p, q, r, t som uppfyller premisserna men inte slutsatsen.

1. $p \rightarrow q \vee r$
 2. $q \rightarrow t \vee \neg r$
 3. $r \rightarrow t \vee \neg q$
 4. $\neg t$
-
- $\therefore r \wedge q \rightarrow \neg p$

2. Mängder. Låt A, B, C vara tre godtyckliga icke-tomma mängder som uppfyller $A \times B \subset B \times C$ och $B \times C \subset C \times A$. Visa att $A = B = C$.

3. Funktioner. Låt mängden $A = \{1, 2, 3, 4\}$ vara given och definiera funktionerna f, g på A genom

$$f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\} \quad g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}.$$

Visa att funktionen $h : A \rightarrow A$ given av $h = f \circ g \circ f^{-1}$ är en bijektion.

5. Relationer. Låt U vara mängden av alla kvadratiska matriser med n rader. Låt vidare I beteckna delmängden av alla inverterbara matriser i U . Vi inför relationen $\mathcal{R}$ på U genom

$$ARB \Leftrightarrow \exists P \in I : A = PBP^{-1}.$$

Visa att $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation.

Ledning: Om två matriser, P och Q är inverterbara är också PQ inverterbar med $(PQ)^{-1} = Q^{-1}P^{-1}$.